

龚丹丹, 姜昊, 袁颖. 基于交叉验证的加速寿命预测模型评估方法[J]. 智能计算机与应用, 2024, 14(9): 10-18. DOI: 10.20169/j. issn. 2095-2163. 240902

# 基于交叉验证的加速寿命预测模型评估方法

龚丹丹, 姜昊, 袁颖

(上海对外经贸大学 统计与信息学院, 上海 201620)

**摘要:** 现有针对航空航天设备、电子器件等高可靠度产品的寿命预测方法主要研究如何建立寿命预测模型, 进而预测产品的寿命, 缺少对于模型的验证及准确度评估。然而, 模型是否准确会直接影响寿命预测的精度。另外, 同一组数据, 采用不同的寿命预测方法, 得到的预测寿命往往相差较大。如何选择合适的寿命预测模型是值得研究的问题。针对以上问题, 本文提出基于交叉验证的加速寿命预测模型评估方法, 为模型的准确度评估以及模型的选择提供了一种新的思路。在基于随机过程的加速寿命预测、基于退化轨迹的加速寿命预测、基于退化量分布的加速寿命预测实验中, 利用本文方法对各寿命预测模型进行评估, 评估结果作为模型选择的依据, 验证了本文方法的有效性。

**关键词:** 航天设备; 电子器件; 寿命预测; 模型评估; 交叉验证

中图分类号: V260; TB114.3

文献标志码: A

文章编号: 2095-2163(2024)09-0010-09

## Evaluation method of accelerated lifetime prediction model based on cross validation

GONG Dandan, JIANG Hao, YUAN Ying

(School of Statistics and Information, Shanghai University of International Business and Economics, Shanghai 201620, China)

**Abstract:** The existing lifetime prediction methods for aerospace equipment, electronic devices and other high reliability products mainly study how to establish a lifetime prediction model to predict the life of products, but lack of verification and accuracy evaluation of the model. However, the accuracy of the model will directly affect the accuracy of lifetime prediction. In addition, the predicted life of the same set of data often varies greatly with different lifetime prediction methods. How to choose an appropriate life prediction model is a problem worthy of study. In view of the above problems, this paper proposes an accelerated life prediction model evaluation method based on cross validation, which provides a new idea for the accuracy evaluation of the model and the selection of the model. In the experiments of accelerated lifetime prediction based on random process, accelerated lifetime prediction based on degradation trajectory and accelerated lifetime prediction based on degradation quantity distribution, this method is used to evaluate each lifetime prediction model. The evaluation results are used as the basis for model selection to verify the effectiveness of this method.

**Key words:** space equipment; electronic device; lifetime prediction; model evaluation; cross validation

## 0 引言

20世纪以来, 随着中国科技的发展, 越来越多的高可靠性、长寿命电子元器件应用在军工、航空航天、电子系统等领域<sup>[1]</sup>。这些器件的成本高昂, 如何确定其更新时间是一项重要的工作, 因此需要准确预测其使用寿命。高可靠性元器件的某些性能指标会随时间发生退化, 且退化程度与产品寿命存在

某种联系<sup>[2]</sup>, 可通过性能退化分析<sup>[3]</sup>的途径, 研究产品性能退化与寿命之间的关系。

由于高可靠性元器件在正常使用环境下退化缓慢、失效时间较长, 获取退化数据比较困难, 如今广泛采用加速退化试验<sup>[4]</sup> (Accelerated Degradation Testing, ADT) 的方法获取退化数据。加速退化试验是通过试验时增加应力水平促进产品性能退化, 来获得高应力水平下的性能退化数据, 并利用加速性

**基金项目:** 上海市哲学社会科学规划一般资助项目(2019BGL003)。

**作者简介:** 姜昊(1997-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向: 元器件可靠性与寿命预测; 袁颖(1999-), 女, 硕士研究生, 主要研究方向: 元器件可靠性与寿命预测。

**通讯作者:** 龚丹丹(1982-), 女, 博士, 高级工程师, 副教授, 主要研究方向: 元器件可靠性与寿命预测。Email: gongdandan0418@163.com

收稿日期: 2023-05-16

能退化数据建立加速寿命预测模型,从而推导其在正常工作应力下的寿命<sup>[5]</sup>。目前,基于加速性能退化试验的元器件寿命预测方法研究已较为成熟,其中包括基于退化轨迹的寿命预测方法<sup>[3]</sup>、基于退化量分布的寿命预测方法<sup>[6]</sup>以及基于随机过程的寿命预测方法<sup>[7]</sup>等。然而,学者忽略了对加速寿命预测模型准确度的评估,加速寿命预测模型的准确度对预测寿命的精度有着直接影响。周源等<sup>[8]</sup>提出将模型预测值与通过常应力下的退化数据建模所得寿命值进行对比,但常应力下的退化数据也往往难以获取,因此,此方法不具有普适性。

基于以上分析,本文提出一种基于交叉验证的加速寿命预测模型评估方法,旨在解决寿命预测精度的问题。其主要思想为根据应力条件将数据集划分为训练数据和测试数据,并采用训练数据建立子模型,测试数据测试模型,经过交叉取样,多次测试,来验证所建立模型的准确度。

### 1 交叉验证

交叉验证<sup>[9]</sup>是机器学习中评估模型和选择模型时常用方法,适用于样本量较小的数据集。其主要思想是将样本数据进行切分,组合成多组不同的训练集和测试集,训练集用于模型训练,测试集则用于评估模型的优劣。某次训练集中的某样本,在下次可能成为测试集中的样本,即所谓的“交叉”,最终通过交叉验证,选择合适的模型并拟合数据。

传统的交叉验证主要分为:简单交叉验证<sup>[10]</sup>、S折交叉验证<sup>[11]</sup>、留一交叉验证<sup>[12]</sup>。简单交叉验证,是随机将样本数据划分为训练集和测试集,经过验证后将样本打乱,再次随机选择训练集和测试集,经过多次交叉验证后,计算平均损失率或者平均准确率来度量模型的好坏。S折交叉验证,是将数据集划分为S个互斥的子集,每次选择S-1份数据集训练模型,1份数据测试模型,经过若干轮交叉验证后,计算平均损失率或者平均准确率来衡量模型的好坏。留一交叉验证,是S折交叉验证的特例,此时样本数 $N = S$ ,即每次选择 $N - 1$ 个样本进行模型训练,1个样本进行模型测试,一般用于样本量小于等于50的情况下。

将机器学习中交叉验证的思想引入加速寿命预测模型评估,利用加速性能退化试验,得到多个应力下各产品的性能退化数据,该数据适合根据加速应力进行划分。本文采用S折交叉验证进行分析,其实现步骤如图1所示。将所有数据按照应力条件划分为S份。首先,采用S份数据建立可靠度模型

$R^*(t)$ ,接着多次交叉取样;采用S-1份数据建立子可靠度模型,并推导剩余数据对应应力下的可靠度函数(记为 $R_1(t)$ ),再采用剩下的1份数据建立可靠度函数(记为 $R_0(t)$ ),分别计算每一次的误差。若平均误差在给定的阈值之内,则认为结合S份数据训练的 $R^*(t)$ 是准确的,否则, $R^*(t)$ 不准确。

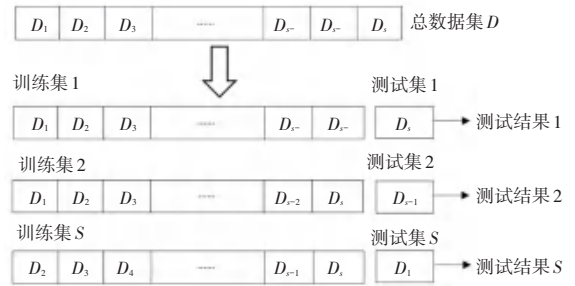


图1 S折交叉验证

Fig. 1 S-fold cross-validation

### 2 可靠度交叉验证模型

设 $T_1, T_2, T_3, \dots, T_s$ 为产品的加速应力,先利用所有数据建立可靠度模型 $R^*(t)$ ,再将加速应力以S-1:1的比例进行划分,将数据划分为训练数据和测试数据, $(T_1, T_2, T_3, \dots, T_{s-1} | T_s), (T_1, T_2, T_3, \dots, T_{s-2}, T_s | T_{s-1}) \dots$ ,共计S个组合。根据每个组合中的训练数据建立子可靠度模型,并推导测试数据对应应力的可靠度函数 $R_1(t)$ ,再利用测试数据单独进行可靠度建模,得到标准可靠度函数 $R_0(t)$ 。将所有组合的 $R_1(t)$ 与 $R_0(t)$ 进行比较,若平均误差在给定的阈值范围内,则表明模型 $R^*(t)$ 准确,反之模型 $R^*(t)$ 不准确。可靠度模型交叉验证方案如图2所示。

寿命预测方法中,常常使用可靠度<sup>[13]</sup>作为特征量。产品的可靠度 $R(t)$ 是随时间变化的函数,是指产品在特定工作条件下、在规定的时间内完成特定功能的概率。产品在某一应力下的平均寿命即为可靠度函数 $R(t)$ 与t轴所形成的面积。图3中,灰色部分的面积表示根据标准可靠度曲线得出的产品平均寿命<sup>[14]</sup>,阴影部分面积表示根据外推可靠度曲线得出的产品平均寿命与根据标准可靠度曲线得出的产品平均寿命之差,采用二者的比值作为误差,如公式(1)所示:

$$\varepsilon = \frac{S(R_1(t), R_0(t))}{S(R_0(t))} = \frac{\int_0^{+\infty} |R_0(t) - R_1(t)| dt}{\int_0^{+\infty} R_0(t) dt} = \frac{S_{\text{阴影部分}}}{S_{\text{灰色部分}}} \quad (1)$$

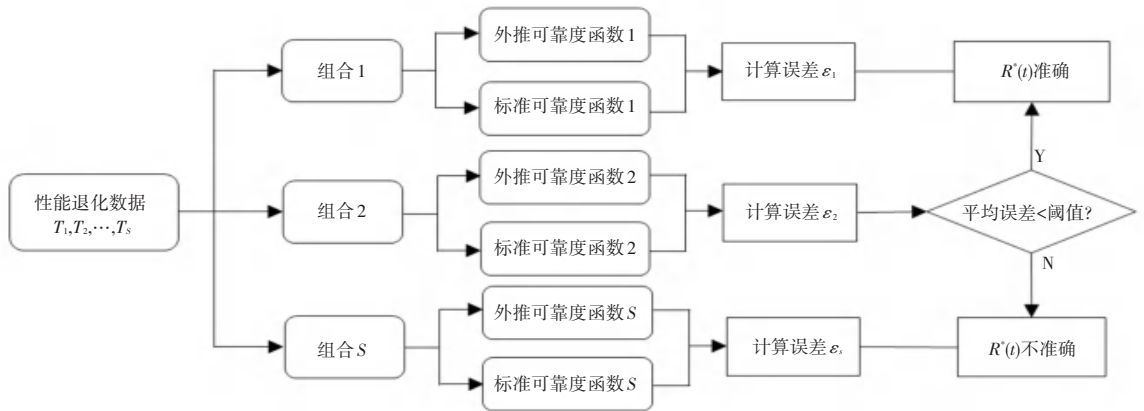


图2 可靠性模型交叉验证方案

Fig. 2 Reliability model cross-validation scheme

式中： $\varepsilon$  代表误差， $S$  代表面积， $R_1(t)$  代表产品在某应力水平下的外推可靠度曲线， $R_0(t)$  代表产品在该应力水平下的标准可靠度曲线。

二则利用本文方法对模型进行选择。

### 3.1 实验一

实验一用于验证本文方法的有效性，采用基于随机过程的寿命预测模型，对产品退化数据进行建模，利用本文的交叉验证方法进行模型的准确度评估，并在模型评估准确的情况下进行产品在正常工作应力下的寿命预测。

#### 3.1.1 实验数据

实验一所用数据为某弹载惯导系统伺服电路加速性能退化试验数据<sup>[8]</sup>，其退化轨迹如图4所示，具体信息如下：

(1) 共选取3个应力水平， $T_1 = 323.16\text{ K}$ 、 $T_2 = 348.16\text{ K}$ 、 $T_3 = 368.16\text{ K}$ ，正常工作应力水平为  $T_0 = 298.16\text{ K}$ 。

(2) 应力  $T_1$  下投放8个样品，应力  $T_2$ 、 $T_3$  下各投放7个样品。

(3) 应力  $T_1$  的测量间隔为480 h，共进行9次测量，应力  $T_2$  的测量间隔为240 h，共进行8次测量，应力  $T_3$  的测量间隔为120 h，共进行8次测量。

(4) 产品的性能退化量为电压测量值与初始值  $X_0$  的相对百分比变化量，失效阈值  $D = 10\text{ m}\Omega$ 。

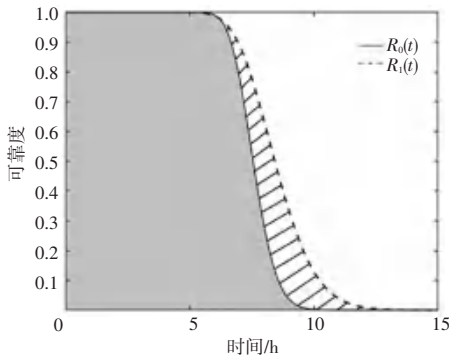


图3 标准可靠度曲线与外推可靠度曲线

Fig. 3 Standard reliability curve and extrapolated reliability curve

根据工程经验，当误差  $\varepsilon$  小于0.2时，可靠的评定结果与标准值具有一致性，模型较为准确，否则模型不准确。

## 3 实验数据模型验证

本文采用两组实验，实验一主要利用本文提出的方法对模型进行评估，定量判断其是否准确；实验

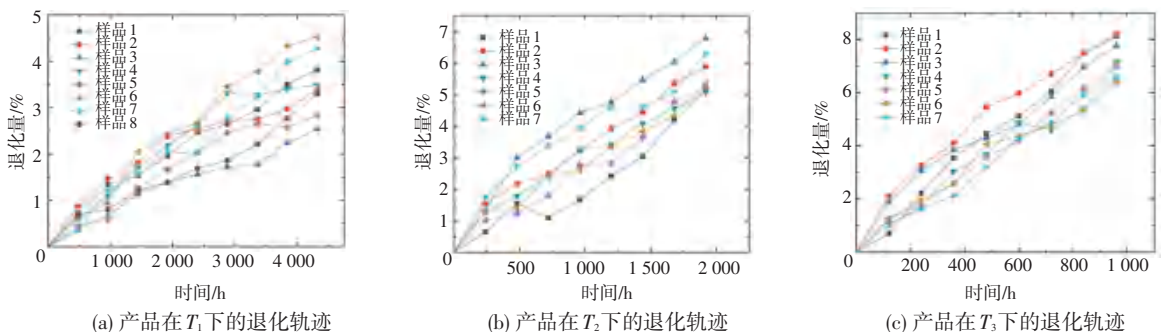


图4 实验一产品退化轨迹

Fig. 4 Product degradation trajectory of Test 1

3.1.2 寿命预测模型建立

由于部分样品退化数据呈现波动,适合采用随机 Wiener 过程<sup>[15]</sup>对其进行可靠度建模。

Wiener 过程的数学表示为

$$Y(t) = \mu\Lambda(t) + \sigma B(\Lambda(t)) \quad (2)$$

式中:  $Y(t)$  为因变量(本实验中为退化量),  $\mu$  为漂移参数,  $\sigma$  为扩散参数,  $B(\cdot)$  为标准布朗运动,  $\Lambda(t)$  为时间尺度转换函数且  $\Lambda(0) = 0$ 。

Wiener 过程具有以下 3 种性质:

- (1)  $Y(t)$  在  $t = 0$  处连续,且  $Y(0) = 0$ 。
- (2) 对任意的  $0 \leq t_1 \leq t_2 \leq t_3 \leq t_4$ ,  $Y(t_2) - Y(t_1)$  与  $Y(t_4) - Y(t_3)$  相互独立。
- (3) 独立增量  $\Delta Y(t) \sim N(\mu\Delta\Lambda(t), \sigma^2\Delta\Lambda(t))$ 。

文献[16]指出了 Wiener 退化过程下产品寿命  $\zeta$  的可靠度函数为

$$R(t) = \Phi\left(\frac{D - \mu t^\Lambda}{\sigma t^{0.5\Lambda}}\right) - \exp\left(\frac{2\mu D}{\sigma^2}\right) \times \Phi\left(-\frac{\mu t^\Lambda + D}{\sigma t^{0.5\Lambda}}\right) \quad (3)$$

由于产品的试验应力为温度,采用阿伦尼乌斯加速方程<sup>[17]</sup>对模型的参数进行加速建模,根据加速因子不变原则<sup>[18]</sup>可知,漂移参数  $\mu$  与扩散参数  $\sigma$  均与应力  $T$  有关,且具有一定的联系,时间尺度转换参数  $\Lambda$  与应力无关,加速方程如下:

$$\mu(T) = \exp\left(\gamma_1 - \frac{\gamma_2}{T_k}\right) \quad (4)$$

$$\sigma(T) = \exp\left(\gamma_3 - \frac{0.5\gamma_2}{T_k}\right) \quad (5)$$

则可靠度模型为

$$R(t) = \Phi\left(\frac{D - \exp\left(\gamma_1 - \frac{\gamma_2}{T_k}\right)t^\Lambda}{\exp\left(\gamma_3 - \frac{0.5\gamma_2}{T_k}\right)t^{0.5\Lambda}}\right) - \exp\left(\frac{2D\exp\left(\gamma_1 - \frac{\gamma_2}{T_k}\right)}{\exp\left(2\gamma_3 - \frac{\gamma_2}{T_k}\right)}\right) \times \Phi\left(-\frac{\exp\left(\gamma_1 - \frac{\gamma_2}{T_k}\right)t^\Lambda + D}{\exp\left(\gamma_3 - \frac{0.5\gamma_2}{T_k}\right)t^{0.5\Lambda}}\right) \quad (6)$$

由 Wiener 退化过程的性质(3)以及式(4)、式(5),结合 3 个应力下的性能退化数据,构建如下的似然函数:

$$L(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \Lambda) =$$

$$\prod_{k=1}^3 \prod_{j=1}^{N_k} \prod_{i=1}^{H_{jk}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\exp\left(2\gamma_3 - \frac{\gamma_2}{T_k}\right)\Delta\Lambda_{ijk}}} \times \exp\left(-\frac{\left(\Delta y_{ijk} - \exp\left(\gamma_1 - \frac{\gamma_2}{T_k}\right)\Delta\Lambda_{ijk}\right)^2}{2\exp\left(2\gamma_3 - \frac{\gamma_2}{T_k}\right)\Delta\Lambda_{ijk}}\right) \quad (7)$$

式中:  $T_k$  为第  $k$  个加速应力,  $y_{ijk}$  为第  $j$  个产品在第  $k$  个应力下的第  $i$  次的性能退化测量值,  $\Delta y_{ijk}$  为退化增量,  $\Delta\Lambda_{ijk}$  为时间增量,  $N_k$  为第  $k$  个应力下的产品数量,  $H_{jk}$  为第  $k$  个应力下第  $j$  个产品的总测量次数,  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \Lambda$  为待估计的参数。

将所有数据代入式(7),调用 Matlab 中的 Fminsearch 函数<sup>[19]</sup>,求得参数的极大似然估计<sup>[20]</sup>值为  $(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \Lambda) = (10.707, 5270.838, 4.418, 0.817)$ ,因此,产品可靠度模型如下:

$$R^*(t) = \Phi\left(\frac{10 - \exp\left(10.707 - \frac{5270.838}{T_k}\right)t^{0.817}}{\exp\left(4.418 - \frac{5270.838}{2T_k}\right)t^{0.4085}}\right) - \exp\left(\frac{20\exp\left(10.707 - \frac{5270.838}{T_k}\right)}{\exp\left(8.836 - \frac{5270.838}{T_k}\right)}\right) \times \Phi\left(-\frac{\exp\left(10.707 - \frac{5270.838}{T_k}\right)t^{0.817} + 10}{\exp\left(4.418 - \frac{5270.838}{2T_k}\right)t^{0.4085}}\right) \quad (8)$$

3.1.3 模型交叉验证

将所有数据按第 2 节所述方法进行划分,共有 3 个应力组合方法,分别为:  $(T_1, T_2 | T_3)$ 、 $(T_1, T_3 | T_2)$ 、 $(T_2, T_3 | T_1)$ ,每个组合中,“|”左侧为训练应力数据,“|”右侧为测试应力数据。首先,将  $T_1, T_2$  下的性能退化数据作为训练数据,利用式(7)进行极大似然估计(仅代入  $T_1$  和  $T_2$  应力下的产品退化数据),得到子模型参数,将温度  $T_3$  的值代入子模型,外推产品在  $T_3$  下的可靠度函数  $R_1(t)$ ,再将  $T_3$  下的性能退化数据作为测试数据,利用式(9)进行极大似然估计,得到产品在  $T_3$  下的标准可靠度函数  $R_0(t)$ ,并利用二者计算误差,重复相同的步骤,对  $(T_1, T_3 | T_2)$ 、 $(T_2, T_3 | T_1)$  两个组合进行验证。

$$L(\mu, \sigma, \Lambda) = \prod_{j=1}^7 \prod_{i=1}^8 \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2\Delta\Lambda_{ij}}} \times \exp\left(-\frac{(\Delta y_{ij} - \mu\Delta\Lambda_{ij})^2}{2\sigma^2\Delta\Lambda_{ij}}\right) \quad (9)$$

表1为试验一3个应力下的外推可靠度函数  $R_1(t)$  与标准可靠度函数  $R_0(t)$  的模型参数。

图5为3个应力下产品的外推可靠度曲线与标准可靠度曲线。

表1 实验一标准与外推可靠度函数参数值

Table 1 Standard and extrapolated reliability function parameter values of Test 1		
应力	标准可靠度函数参数值 $(\mu, \sigma, \Lambda)$	外推可靠度曲线参数值 $(\mu, \sigma, \Lambda)$
$T_1$	(0.003 646, 0.021 33, 0.821)	(0.003 814, 0.025 59, 0.815)
$T_2$	(0.015 92, 0.054 24, 0.777)	(0.010 09, 0.037 49, 0.839)
$T_3$	(0.021 38, 0.057 86, 0.850)	(0.032 42, 0.070 23, 0.794)

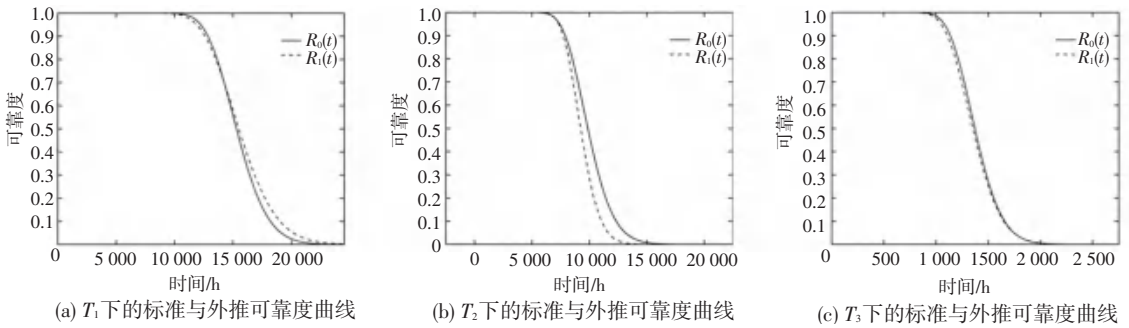


图5 实验一外推与标准可靠度曲线

Fig. 5 Extrapolation and standard reliability curve of Test 1

采用本文提出的误差计算方法,解得各组合下的误差值:  $\varepsilon(T_1, T_2 | T_3) = 0.013$ 、 $\varepsilon(T_1, T_3 | T_2) = 0.069$ 、 $\varepsilon(T_2, T_3 | T_1) = 0.017$ ,平均误差为0.033,远小于阈值0.2,因此可认为模型  $R^*(t)$  准确,与周源等<sup>[8]</sup>通过产品在正常工作应力下的性能退化数据对可靠度模型进行验证的结果一致。

### 3.1.4 寿命预测结果

经3.1.3节的交叉验证,模型  $R^*(t)$  准确,因此可以用其推导产品在正常工作应力下的可靠度函数,并对产品进行寿命预测。将  $T_0 = 298.16$  K 代入式(8),可得产品在正常工作应力下的可靠度函数:

$$R(t) = \Phi\left(\frac{10 - 9.838 \times 10^{-4} t^{0.817}}{1.202 \times 10^{-2} t^{0.4085}}\right) - e^{130} \times \Phi\left(-\frac{9.388 \times 10^{-4} + 10}{1.202 \times 10^{-2} t^{0.4085}}\right) \quad (10)$$

$T_0$  下的漂移参数  $\mu_0 = 9.838 \times 10^{-4}$ , 利用Wiener退化过程的平均寿命公式<sup>[21]</sup>  $\zeta = \left(\frac{D}{\mu}\right)^{\frac{1}{\lambda}}$ , 可求得产品在正常工作应力下的平均寿命为85 022 h。图6为产品在正常工作应力下的可靠度曲线。

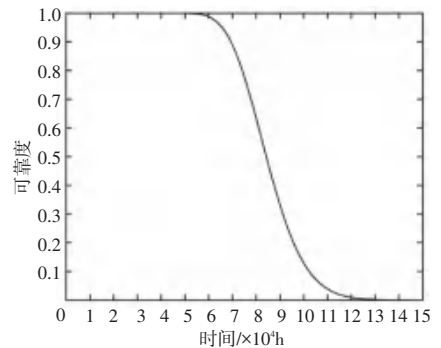


图6 实验一产品在正常应力下的可靠度曲线

Fig. 6 Reliability curve of the product under normal stress of Test 1

## 3.2 实验二

实验二将根据产品的性能退化数据,建立基于退化轨迹、基于退化量分布的寿命预测模型,并采用本文方法进行模型选择。主要依据为选择评估较佳的模型,即选择模型评估准确的模型,或当多个模型评估均为准确时,选择平均误差最小的模型作为最终的寿命预测模型。

### 3.2.1 实验数据

实验二所用数据为电连接器在温度应力下,机械失效的性能退化试验数据,其退化轨迹如图7所示,具体信息如下:

(1)共选取3个应力水平,  $T_1 = 338.16\text{ K}$ 、 $T_2 = 358.16\text{ K}$ 、 $T_3 = 373.16\text{ K}$ ,正常应力水平为  $T_0 = 313.16\text{ K}$ 。3个应力下各投放6个样品。

(2)产品的性能退化量为接插件应力值与初始

值  $x_0$  的相对百分比变化量,失效阈值  $D = 30$ 。应力  $T_1$  下共进行11次测量,应力  $T_2$  下共进行10次测量,应力  $T_3$  下共进行10次测量。

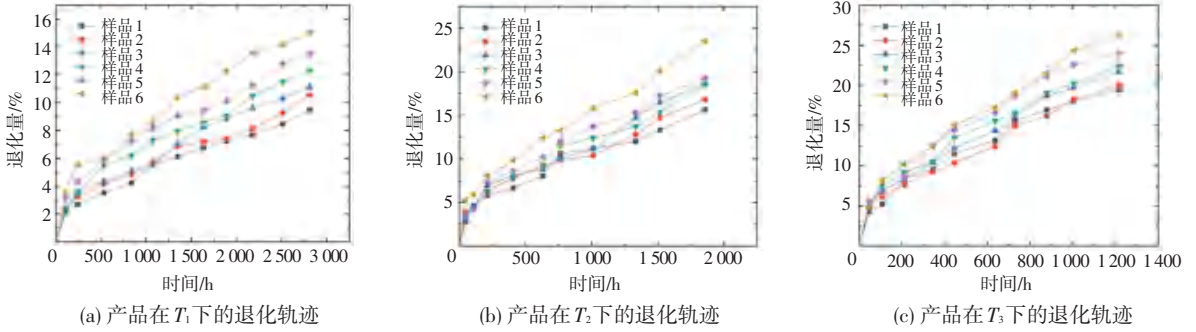


图7 实验二产品退化轨迹

Fig. 7 Product degradation trajectory of Test 2

3.2.2 寿命预测模型

经过对数据的摸底分析,该数据既可以采用基于退化轨迹的模型进行建模,也可以采用基于退化量分布的模型进行建模。

1)基于退化轨迹的可靠度模型

产品的退化轨迹函数一般可分为直线型、指数型、幂律型等,而指数型和幂律型等可通过对数变化

转换为直线型<sup>[22]</sup>。为不失一般性,本文采用幂律型曲线  $y = mx^n$  进行产品退化轨迹的拟合。式中, $y$  为退化量, $x$  为时间, $m$ 、 $n$  为曲线参数。通过曲线拟合,以及将失效阈值  $D$  作为因变量代入每个产品的退化轨迹,可求得每个产品的失效伪寿命。表2为所有产品的失效伪寿命值。

表2 实验二产品伪寿命值

Table 2 Product pseudo-lifetime value of Test 2

338.16 K 下样品伪寿命值/h	358.16 K 下样品伪寿命值/h	373.16 K 下样品伪寿命值/h
26 775	8 475	2 736
25 571	7 745	2 734
17 947	5 117	2 359
16 929	5 674	2 259
16 537	4 785	1 787
11 887	3 524	1 597

由 Anderson-Darling 检验<sup>[23]</sup>可知,产品的伪寿命最佳服从对数正态分布,因此其可靠度函数为

$$R(t) = 1 - \Phi\left(\frac{\ln t - \mu'}{\sigma'}\right) \quad (11)$$

式中: $\mu'$  为对数均值, $\sigma'$  为对数标准差。

文献[24]根据加速因子不变原则指出,当产品寿命服从对数正态分布时,对数均值与加速应力有关,对数标准差不随加速应力而改变,加速方程为

$$\mu' = \eta_1 + \frac{\eta_2}{T_k} \quad (12)$$

则可靠度模型为

$$R(t) = 1 - \Phi\left(\frac{\ln t - \eta_1 - \frac{\eta_2}{T_k}}{\sigma'}\right) \quad (13)$$

构建如下的似然函数:

$$L(\eta_1, \eta_2, \sigma') = \prod_{k=1}^3 \prod_{i=1}^6 \frac{1}{\sqrt{2\pi} t_{ik} \sigma'} \exp\left(-\frac{(\ln t_{ik} - \eta_1 - \frac{\eta_2}{T_k})^2}{2\sigma'^2}\right) \quad (14)$$

式中: $t_{ik}$  为第  $k$  个应力下第  $i$  个产品的伪寿命值, $T_k$  为应力水平,  $\eta_1$ 、 $\eta_2$ 、 $\sigma'$  为待估计的参数。将所有产品的伪寿命值代入式(14),通过极大似然估计求得参数估计值  $(\eta_1, \eta_2, \sigma') = (-12.777, 7\,651.563, 0.2638)$ ,因此产品基于退化轨迹的可靠度模型为

$$R^*(t) = 1 - \Phi\left(\frac{\ln t + 12.777 - \frac{7\,651.563}{T_k}}{0.2638}\right) \quad (15)$$

2) 建立基于退化量分布的可靠度模型

基于退化量分布的寿命预测模型认为产品每一时刻的退化量服从某一指定分布,且分布的参数是关于时间的函数<sup>[25]</sup>。由 Anderson - Darling 检验得到,产品的每一时刻退化量最佳服从正态分布,则  $x_{ijk} \sim N(\mu''(t_{jk}, T_k), \sigma''^2(t_{jk}, T_k))$ , 且分布的参数与时间之间呈现幂律型规律,采用幂律型曲线对其进行描述,则产品基于退化量分布的可靠度模型为

$$R(t) = 1 - \Phi\left(\frac{at^b - D}{ct^d}\right) \quad (16)$$

根据失效机理不变原则,模型参数  $b, d$  与加速应力无关,  $a, c$  与加速应力有关,可以得到温度应力下的参数加速方程:

$$a = \exp\left(\lambda_1 - \frac{\lambda_2}{T_k}\right) \quad (17)$$

$$c = \exp\left(\lambda_3 - \frac{\lambda_4}{T_k}\right) \quad (18)$$

则可靠度模型为

$$R(t) = 1 - \Phi\left(\frac{\exp\left(\lambda_1 - \frac{\lambda_2}{T_k}\right)t^b - D}{\exp\left(\lambda_3 - \frac{\lambda_4}{T_k}\right)t^d}\right) \quad (19)$$

由于  $x_{ijk} \sim N(\mu''(t_{jk}, T_k), \sigma''^2(t_{jk}, T_k))$ , 结合式 (17)、(18), 构建如下的似然函数:

$$L(\lambda_1, \lambda_2, b, \lambda_3, \lambda_4, d) = \prod_{k=1}^3 \prod_{i=1}^6 \prod_{j=1}^{N_k} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \exp\left(\lambda_3 - \frac{\lambda_4}{T_k}\right) t_{jk}^d} \times \exp\left(-\frac{\left(x_{ijk} - \exp\left(\lambda_1 - \frac{\lambda_2}{T_k}\right) t_{jk}^b\right)^2}{2 \exp\left(2\lambda_3 - \frac{2\lambda_4}{T_k}\right) t_{jk}^{2d}}\right) \quad (20)$$

式中:  $N_k$  代表第  $k$  个应力下每个产品的测量次数,  $t_{jk}$  代表时间,  $x_{ijk}$  代表退化量,  $\lambda_1, \lambda_2, b, \lambda_3, \lambda_4, d$  为待估

计的参数。

由极大似然估计求得各参数的估计值  $(\lambda_1, \lambda_2, b, \lambda_3, \lambda_4, d) = (9.595\ 2, 3\ 665.772\ 8, 0.462\ 3, 2.790\ 7, 1\ 662.333\ 5, 0.354\ 7)$ 。则产品的可靠度模型为

$$R^*(t) = 1 - \Phi\left(\frac{\exp\left(9.595\ 2 - \frac{3\ 665.772\ 8}{T_k}\right) t^{0.462\ 3} - 30}{\exp\left(2.790\ 7 - \frac{1\ 662.333\ 5}{T_k}\right) t^{0.354\ 7}}\right) \quad (21)$$

基于以上分析,该组数据在两种方法下得到了不同的可靠度模型,因此需采用本文提出的交叉验证方法进行模型选择。

3.2.3 模型选择

采用第 2 节所述的可靠度模型交叉验证,对 3.2.2 节建立的两种可靠度模型分别进行验证,两种模型对应的标准可靠度函数参数可分别由式 (22) 和式 (23) 得到。

$$L(\mu', \sigma') = \prod_{i=1}^6 \frac{1}{\sqrt{2\pi} t_i \sigma'} \exp\left(-\frac{(\ln t_i - \mu')^2}{2\sigma'^2}\right) \quad (22)$$

$$L(a, b, c, d) = \prod_{i=1}^6 \prod_{j=1}^{N_k} \frac{1}{\sqrt{2\pi} c t_{ij}^d} \exp\left(-\frac{[x_{ij} - a t_{ij}^b]^2}{2c^2 t_{ij}^{2d}}\right) \quad (23)$$

表 3 和表 4 为两种模型下产品在 3 个应力下的外推可靠度函数  $R_1(t)$  与标准可靠度函数  $R_0(t)$  的模型参数。

表 3 基于退化轨迹模型的标准与外推可靠度函数参数值

Table 3 Parameter values of standard and extrapolated reliability functions based on degenerate trajectory models

应力	标准可靠度函数参数值	外推可靠度函数参数值
	$(\mu', \sigma')$	$(\mu', \sigma')$
$T_1$	(9.828 8, 0.276 4)	(10.021 3, 0.253 4)
$T_2$	(8.637 4, 0.295 5)	(8.559 5, 0.242 3)
$T_3$	(7.696 8, 0.202 5)	(7.827 6, 0.286 1)

表 4 基于退化量分布模型的标准与外推可靠度函数参数值

Table 4 Standard and extrapolated reliability function parameter values based on the degenerate quantity distribution model

应力	标准可靠度函数参数值 $(a, b, c, d)$	外推可靠度曲线参数值 $(a, b, c, d)$
$T_1$	(0.292 2, 0.459, 0.058 1, 0.457)	(0.302 2, 0.463, 0.126 4, 0.362)
$T_2$	(0.617 8, 0.440, 0.166 9, 0.347)	(0.484 1, 0.474, 0.120 2, 0.393)
$T_3$	(0.726 1, 0.476, 0.113 8, 0.434)	(0.902 1, 0.447, 0.168 5, 0.353)

图8、图9为两种模型下产品在各应力下的标准可靠度曲线与外推可靠度曲线;表5为两种模型下各组合的误差值。

由表5可知,基于退化轨迹模型的平均误差为0.149,基于退化量分布模型的平均误差为0.111,均在模型准确的判定范围内。由于基于退化量分布模型的误差更小,因此选择基于退化量分布的模型

作为产品的寿命预测模型。

表5 两种模型下各组合的误差值

Table 5 Error values for each combination under the two models

组合	退化轨迹模型	退化量分布模型
$(T_1, T_2   T_3)$	0.163	0.003
$(T_1, T_3   T_2)$	0.090	0.111
$(T_2, T_3   T_1)$	0.195	0.219

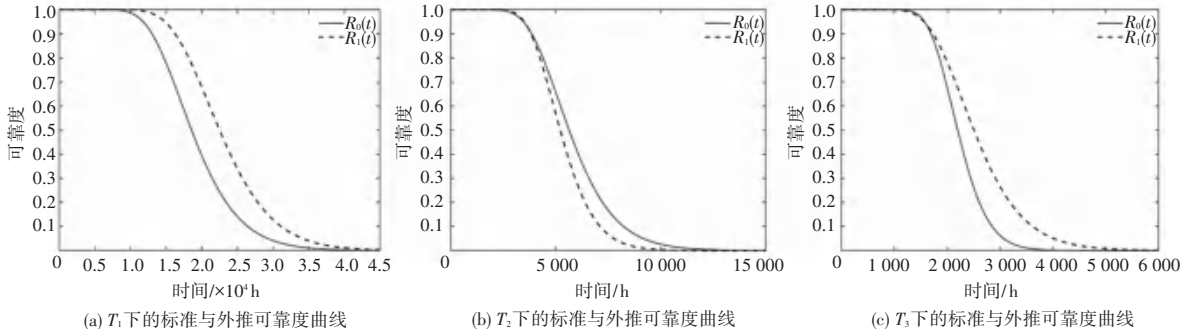


图8 基于退化轨迹模型的外推与标准可靠度曲线

Fig. 8 Extrapolation and standard reliability curves based on degenerate trajectory model

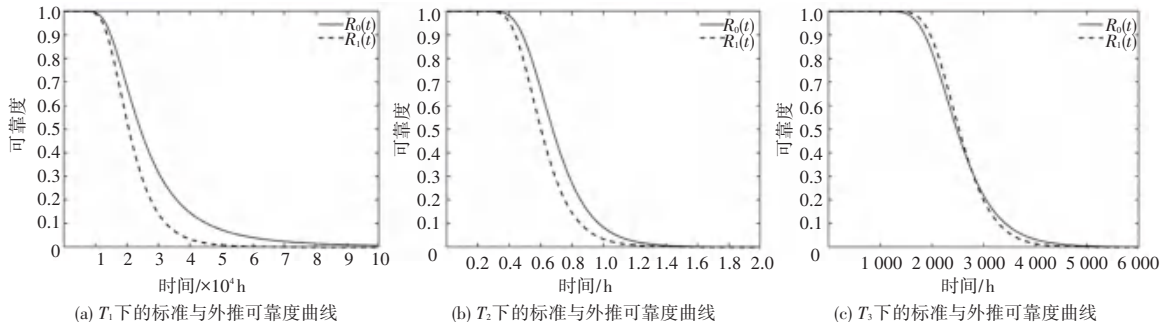


图9 基于退化量分布模型的外推与标准可靠度曲线

Fig. 9 Extrapolation and standard reliability curves based on the degradation amount distribution model

3.2.4 寿命预测

经过模型选择,确定基于退化量分布的模型作为最终的寿命预测模型,将正常工作应力  $T_0 = 313.16 \text{ K}$  代入式(21),可得产品在正常工作应力下的可靠度函数:

$$R^*(t) = 1 - \Phi\left(\frac{0.121 \cdot 2t^{0.4623} - 30}{0.080 \cdot 7t^{0.3547}}\right) \quad (24)$$

对其求定积分可得产品在正常工作应力下的平均寿命为 167 048 h。图10为产品在正常工作应力下的可靠度曲线。

经过计算,由基于退化轨迹的可靠度模型预测出的产品平均寿命为 119 515 h,与基于退化量分布的可靠度模型的预测寿命约有 5.43 年的误差,根据分析,基于退化量分布模型的预测寿命更加可信。

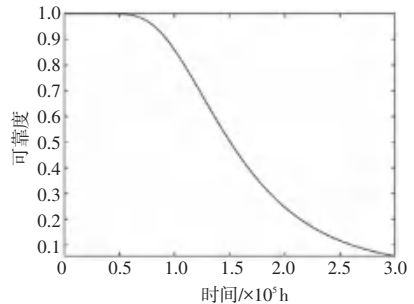


图10 实验二产品在常应力下的可靠度曲线

Fig. 10 Reliability curve of the product under normal stress of Test 2

4 结束语

(1)提出了基于交叉验证的加速寿命预测模型评估方法,为可靠度模型的准确度评估提供了一种新的思路。



(2)本文为加速寿命预测模型的选择提供了一种思路,即针对同一份性能退化数据,如果一种模型的交叉验证结果不准确,即可选择另一种模型去预测额定应力下的可靠度,若多种模型经交叉验证均准确,即可选择各组应力的平均误差最小的模型。

## 参考文献

- [1] 陈磊磊. 基于随机过程的电连接器加速退化试验优化设计与统计分析的研究[D]. 杭州: 浙江理工大学, 2017.
- [2] WANG F, CHU T. Lifetime predictions of LED-based light bars by accelerated degradation test[J]. *Microelectronics Reliability*, 2012, 52(7): 1332-1336.
- [3] 王浩伟, 徐廷学, 赵建忠. 基于性能退化分析的电连接器可靠性评估[J]. *计算机科学与工程*, 2015, 37(3): 616-620.
- [4] ZHAO X J, CHEN P, GAUDOIN O, et al. Accelerated degradation tests with inspection effects[J]. *European Journal of Operational Research*, 2021, 292(3): 1099-1114.
- [5] LEE C, LIM M, KIM C, et al. Reliability analysis of accelerated destructive degradation testing data for bi-functional dc motor systems[J]. *Applied Sciences*, 2021, 11(6): 2537.
- [6] 王浩伟, 奚文骏, 赵建印, 等. 加速应力下基于退化量分布的可靠性评估方法[J]. *系统工程与电子技术*, 2016, 38(1): 239-244.
- [7] SUO B, ZHAO L. Synthetic reliability assessment model involving temperature-humidity step-stress based on wiener process[J]. *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering*, 2021, 28(3): 2150016.
- [8] 周源, 王浩伟, 滕飞. 加速退化模型及外推结果准确度的定量验证方法[J]. *航空学报*, 2018, 39(9): 95-104.
- [9] ARLOT S, CELISSE A. A survey of cross-validation procedures for model selection[J]. *Statistics Surveys*, 2010, 4:40-79.
- [10] LI X M, ZOU G H, ZHANG X Y, et al. Least squares model averaging based on generalized cross validation [J]. *Acta Mathematicae Applicatae Sinica*, 2021, 37(3):495-509.
- [11] JUNK L, BAE D, UM M, et al. Evaluation of nitrate load estimations using neural networks and canonical correlation analysis with k-fold cross-validation[J]. *Sustainability*, 2020, 12(1): 1-17.
- [12] JUN S. Linear model selection by cross-validation [J]. *Publications of the American Statistical Association*, 1991, 88(442): 486-494.
- [13] SONG S, LIU G, ZHANG H, et al. Reliability evaluation on sense-switch p-channel flash [J]. *Journal of Semiconductors*, 2021, 42(8): 82-86.
- [14] 邓爱民. 高可靠性长寿命产品可靠性技术研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2006.
- [15] GAO H, CUI L, DONG Q. Reliability modeling for a two-phase degradation system with a change point based on a Wiener process [J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2020, 193(1): 106601.
- [16] FRED W, BERG S. Modelling accelerated degradation data using Wiener diffusion with a time scale transformation [J]. *Lifetime Data Analysis*, 1997, 3(1): 27-45.
- [17] ELGENDY A, ABDEL-ATY A, YOUSSEF A, et al. Exact solution of Arrhenius equation for non-isothermal kinetics at constant heating rate and n-th order of reaction [J]. *Journal of Mathematical Chemistry*, 2020, 58(1): 922-938.
- [18] 盖炳良, 滕克难, 王浩伟, 等. 基于加速因子不变原则的加速度计可靠性分析[J]. *中国惯性技术学报*, 2018, 26(6): 835-840.
- [19] 滕飞, 王浩伟, 陈瑜, 等. 加速度计加速退化数据统计分析方法[J]. *中国惯性技术学报*, 2017, 25(2): 275-280.
- [20] TIM B, JEFFREYM W. Quasi-maximum likelihood estimation and inference in dynamic models with time-varying covariances [J]. *Econometric Reviews*, 1992, 11(2): 143-172.
- [21] ZHU H, WANG X, XIAO M, et al. Reliability modeling for intermittent working system based on Wiener process [J]. *Computer & Industrial Engineering*, 2021, 160(3): 107599.
- [22] 张文广, 贺东旭, 李浩瀚, 等. 机电产品加速贮存试验与寿命评估方法研究[J]. *机电工程*, 2021, 38(5): 528-535.
- [23] THAS O, OTTOY J P. Some generalizations of the Anderson-Darling statistics[J]. *Statistics & Probability Letters*, 2003(64): 255-261.
- [24] 周源泉, 翁朝曦, 叶喜涛. 论加速系数与失效机理不变的条件(II)-失效为计数过程的情况[J]. *系统工程与电子技术*, 1996, 18(3): 55-66.
- [25] 马喜宏, 王威, 何程, 等. 基于退化量分布的高量程 MEMS 加速度计的可靠性评估[J]. *电子器件*, 2018, 41(4): 991-996.