

文章编号: 2095-2163(2020)07-0158-08

中图分类号: TP391.9

文献标志码: A

基于内外环的四旋翼飞行器的双模糊滑模控制

高福海, 胡盛斌, 王晨悦

(上海工程技术大学 航空运输学院, 上海 201620)

摘要: 针对四旋翼飞行器由于强耦合、非线性的特点而难以准确建立姿态角模型, 从而无法实现稳定控制的问题, 本文提出一种基于内外环的双模糊滑模控制方法。该方法在对四旋翼飞行器完成建模的基础上, 以位置子系统为外环, 姿态子系统为内环, 利用中间指令信号的提取连接内外环, 构建双模糊滑模控制器。通过 Lyapunov 稳定性判据, 证明了所设计控制器的稳定性。经仿真验证, 相比于传统 PID 控制, 本文的方法能有效抑制外界扰动, 有更强的鲁棒性, 可以更好地实现四旋翼飞行器的轨迹跟踪控制。

关键词: 四旋翼飞行器; 内外环; PID 控制; 双模糊滑模控制

Doublefuzzy sliding mode control of four rotor vehicle based on inner and outer rings

GAO Fuhai, HU Shengbin, WANG Chenyue

(College of Air Transportation, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China)

[Abstract] Due to the strong coupling and non-linear characteristics of the four rotor vehicle, it is difficult to accurately establish the attitude angle model, so the stability control can not be achieved. A double fuzzy sliding mode control method based on the inner and outer loop is proposed. Based on the modeling of four rotor vehicle, the method takes the position subsystem as the outer loop and the attitude subsystem as the inner loop. The stability of the controller is proved by Lyapunov stability criterion. Compared with the traditional PID control, the proposed method can effectively suppress the external disturbance, has stronger robustness, and can better realize the trajectory tracking control of the four rotor vehicle.

[Key words] Four rotor aircraft; Inner and outer ring structure; PID control; Sliding mode control; Double fuzzy control

0 引言

四旋翼飞行器(quadrotor unmanned aerial vehicles, QUAVS)是一种能够垂直升降、以四个旋翼作为动力装置,不载操作人员的飞行器,作为一种常见的空中机器人,四旋翼飞行器具有结构简单、操作容易、机动灵活等特点^[1]。近年来,四旋翼飞行器的应用也逐渐从军事应用延伸到了民事应用,其在农林植保、电力巡检、应急救援、环保监测、交通管理等行业产生了明显的作用;2018年春节联欢晚会上,“珠海七分钟”的四旋翼飞行器编队表演,赋予了飞行器艺术价值,在当今国内外大型庆典上,四旋翼飞行器的飞行表演已经成了标配。因其具有很大的实用价值和商业价值,大量学者展开了对四旋翼飞行器的研究与设计,其主要焦点是飞控技术。但四旋翼飞行器模型难以精确建立,结构参数不确定性大,且具有强非线性、强耦合、欠驱动的系统特性,因此飞行控制系统的设计具有一定的难度^[2]。另外,四旋翼飞行器在飞行过

程中会遭受到不同的外界扰动,诸如阵风扰动、测量噪声、机械振动等。因此,设计具有抗干扰能力的轨迹跟踪控制策略一直是四旋翼飞行器动态特性及智能控制研究的热点^[3]。

为了更有效抑制外部扰动,提出了多种方法,如:基于扩张状态观测器(Extended state observer, ESO)和积分型反步滑模算法的控制策略,有效提高了四旋翼飞行器的鲁棒性,同时也提高了在系统参数摄动情况下精确地轨迹跟踪效果^[4];引入樽海鞘群算法来优化控制器中因扰动改变的参数,利用线性扩张状态观测器减弱总干扰的影响,通过仿真验证了其具有更快的响应速度与抗干扰能力^[5];对轨迹和姿态分别控制,内层利用基于 T-S(Takagi-Sugeno)模糊模型的滑模控制器来实现姿态稳定控制,外层采用 PID 控制器来解决轨迹追踪问题,虽然通过仿真验证该方案有良好的自适应性及鲁棒性,但两种不同的控制方法一起进行,响应速度有所

作者简介: 高福海(1994-),男,硕士研究生,主要研究方向:无人机的建模与控制;胡盛斌(1973-),男,博士,副教授,硕士生导师,主要研究方向:无人机控制算法、多无人机编队飞行研究、多机器人协调控制;王晨悦(1995-),男,硕士研究生,主要研究方向:四旋翼无人机编队。

收稿日期: 2020-05-19

下降^[6]。

由于四旋翼飞行器强耦合的特点,姿态角的变化通常引起水平位置的移动,因此稳定控制姿态角才是设计控制器的关键。设计了串联滑模控制,为飞行器内环姿态环设计了稳定性算法,能够克服四旋翼飞行器强耦合、高度非线性等问题,不过滑模控制通常会有抖振现象的出现,此设计并未对此提出解决方案^[7];针对传统滑模控制在到达阶段鲁棒性较差,且很难精确的使跟踪误差的动态及稳定性能同时达到预先设定的性能要求问题,设计了一种快速时变终端滑模面,基于这个滑模面设计了控制器,此方法并未考虑滑模控制带来的抖振现象^[8];在位置控制系统中采用新型简单的反演法设计,并通过姿态结算求出内环姿态俯仰角和滚转角的角度指令,有效提高了响应速度和稳定精度^[9]。

基于以上分析,本文针对四旋翼飞行器姿态模型难以精确建立与强耦合的欠驱动系统的特点,提出基于内外环的双模糊滑模控制。采用双环控制方法,引入虚拟控制量,由外环产生俯仰角的期望和滚转角的期望,并将其传递给内环系统。设计滑模控制器,采用双模糊控制解决滑模控制带来的抖振问题,并根据 Lyapunov 稳定性判据,对设计出的位置控制律与姿态控制律进行稳定性分析。最后,通过仿真,验证了该策略的有效性和稳定性。

1 四旋翼飞行器动力学模型

1.1 基本假设和定义

四旋翼飞行器主要分为四轴十字型和四轴 X 字型,本文选用四轴十字型飞行器进行建模,其结构如图 1 所示。在此基础上建立两个坐标体系,一个是飞行器质心为坐标原点的机体坐标系,一个是不随飞行器的飞行而改变的地面坐标系。

飞行器在实际飞行过程中的影响因素较多,为了方便建立四旋翼飞行器的模型,不失一般性地作出如下假设^[10]:

$$R = \begin{bmatrix} \hat{e}_1 \cos \theta \cos \psi & -\cos \varphi \sin \psi + \sin \varphi \sin \theta \cos \psi & \sin \varphi \sin \psi + \cos \varphi \sin \theta \cos \psi \\ \hat{e}_1 \cos \theta \sin \psi & \cos \varphi \cos \psi + \sin \varphi \sin \theta \sin \psi & -\sin \varphi \cos \psi + \cos \varphi \sin \theta \sin \psi \\ \hat{e}_1 - \sin \theta & \sin \varphi \cos \theta & \cos \varphi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{u} \\ \ddot{u} \end{bmatrix}$$

(5) 逆时针旋转的螺旋桨产生的转矩为正;

(6) 地面坐标系中以 z 轴向上为正。

1.2 建立位置模型

对飞行器受力分析可知,在地面坐标系中,飞行器的受力分别为升力、重力和摩擦力。根据牛顿第二定律,可列出四旋翼飞行器的运动学方程(1):

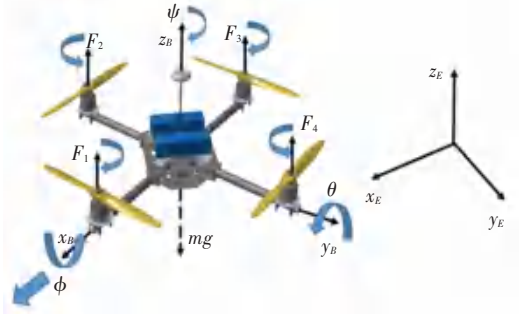


图1 四旋翼飞行器结构示意图

Fig. 1 Structure diagram of four rotor aircraft

- (1) 四旋翼飞行器是刚体,在其飞行过程中质量保持不变;
- (2) 地面坐标系视为惯性坐标系;
- (3) 地球表面是平的,且忽略地球的自传与公转;
- (4) 重力不随高度的变化而变化;
- (5) 四旋翼进行低速小角度飞行;
- (6) 机体坐标原点可视为与质心、机体几何中心重合;
- (7) 飞行器所受的阻力与线速度成正比;
- (8) 飞行器单个螺旋桨产生的升力与电机转速的平方成正比;
- (9) 四旋翼飞行器形状与质量是关于中心对称的^[11]。

为了清楚的说明建模过程,本文做出以下定义:

- (1) $[x, y, z]^T$ 为飞行器质心在地面坐标系中的坐标表示;
- (2) $[p, q, r]^T$ 为飞行器在机体坐标系中三轴的角速度;
- (3) $[\varphi, \theta, \psi]^T$ 为飞行器三个姿态的欧拉角度表示,分别为滚转角、俯仰角和偏航角;
- (4) 机体坐标系为 B , 地面坐标系为 E ; 从机体坐标系到地面坐标系要经过三次欧拉旋转,本文按照 z, y, x 变换,得到旋转矩阵 R ;

$$m \hat{e}_1 \ddot{u} = \hat{e}_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{bmatrix} + RT \hat{e}_1 \ddot{u} + \begin{bmatrix} \hat{e}_1 f_x \\ \hat{e}_1 f_y \\ \hat{e}_1 f_z \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中, m 是飞行器的质量; $\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$ 为飞行器在地面坐标系中三轴的加速度; g 是重力加速度; T 是飞行器在机体坐标系中由电机产生的升力; f_x, f_y, f_z 是三相

各自的摩擦力。

根据假设(8),可以得到式(2):

$$F_i = b \cdot \Omega_i^2, i = 1, 2, 3. \quad (2)$$

其中, b 是电机系数, Ω_i 是第 i 个电机的转速。对飞行器受力分析后,其机体坐标系的推力为公式(3):

$$T = F_1 + F_2 + F_3 + F_4. \quad (3)$$

根据假设(7),飞行器所受的阻力可以表示为式(4):

$$f_E = \begin{bmatrix} \hat{e}_x \\ \hat{e}_y \\ \hat{e}_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{e}_x \\ \hat{e}_y \\ \hat{e}_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1 \dot{x} \\ K_2 \dot{y} \\ K_3 \dot{z} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

其中, K_1, K_2, K_3 为空气阻力系数。

由此,公式(1)可写为式(5):

$$m \begin{bmatrix} \hat{e}_x \\ \hat{e}_y \\ \hat{e}_z \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} \hat{e}_x \\ \hat{e}_y \\ \hat{e}_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{bmatrix} + R \begin{bmatrix} \hat{e}_x \\ \hat{e}_y \\ \hat{e}_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{e}_x \\ \hat{e}_y \\ \hat{e}_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1 \dot{x} \\ K_2 \dot{y} \\ K_3 \dot{z} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

将旋转矩阵带入公式(5),整理后,可得四旋翼飞行器在地面坐标系下的位置模型(6):

$$\begin{bmatrix} \hat{e}_x \\ \hat{e}_y \\ \hat{e}_z \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} \hat{e}_x \\ \hat{e}_y \\ \hat{e}_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T(\sin \varphi \sin \psi + \cos \varphi \cos \psi \sin \theta) - K_1 \dot{x} \\ T(\cos \varphi \sin \theta \sin \psi - \cos \psi \sin \varphi) - K_2 \dot{y} \\ T \cos \theta \cos \varphi - K_3 \dot{z} \end{bmatrix} m^{-1} \mathbf{u}. \quad (6)$$

1.3 建立姿态模型

根据刚体的运动学方程,可以得到飞行器在体坐标系下的旋转运动方程(7):

$$I\dot{\omega} + \omega \times (I\omega) = \tau. \quad (7)$$

其中, ω 是角速度向量,根据定义(2)其可以表示为式(8):

$$\omega = \begin{bmatrix} \hat{e}_x \\ \hat{e}_y \\ \hat{e}_z \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\theta}}. \quad (8)$$

I 是惯性矩阵,假设(6)规定机体坐标原点可视为与质心、机体几何中心重合,所以惯性积 $I_{xy} = I_{yz} = I_{xz} = 0$, 则 I 可表示为式(9)

$$I = \begin{bmatrix} \hat{e}_x \\ \hat{e}_y \\ \hat{e}_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

τ 是作用在质心的总外力矩,其具体可表示成式(10):

$$\tau = \begin{bmatrix} \hat{e}_x \\ \hat{e}_y \\ \hat{e}_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{e}_x \\ \hat{e}_y \\ \hat{e}_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} lb(\Omega_4^2 - \Omega_2^2) \\ lb(\Omega_3^2 - \Omega_1^2) \\ d(\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2) \end{bmatrix}. \quad (10)$$

其中, τ_x 是滚转轴上的力矩; τ_y 是俯仰轴上的力矩; τ_z 是偏航轴的力矩。

将公式(8)、(9)、(10)带入公式(7),整理可得

四旋翼飞行器的姿态模型(11):

$$\begin{bmatrix} \hat{e}_x \\ \hat{e}_y \\ \hat{e}_z \end{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{\theta}} = \begin{bmatrix} \hat{e}_x \\ \hat{e}_y \\ \hat{e}_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{e}_x \\ \hat{e}_y \\ \hat{e}_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{yy} - I_{zz} \\ I_{xx} \\ I_{yy} \\ I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ r \\ p \\ q \end{bmatrix}. \quad (11)$$

其中,在机体坐标系下三轴的角速度与四旋翼的俯仰、滚转、偏航的角速度关系为式(12):

$$\begin{bmatrix} \hat{e}_x \\ \hat{e}_y \\ \hat{e}_z \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\theta}} = \begin{bmatrix} \hat{e}_x \\ \hat{e}_y \\ \hat{e}_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \psi & \sin \psi \cos \theta \\ 0 & -\sin \psi & \cos \psi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}. \quad (12)$$

根据假设(5),本文主要研究四旋翼飞行器小角度、低速飞行的状况,所以可以做出(13)的近似:

$$\begin{bmatrix} \hat{e}_x \\ \hat{e}_y \\ \hat{e}_z \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\theta}} \approx \begin{bmatrix} \hat{e}_x \\ \hat{e}_y \\ \hat{e}_z \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\theta}}. \quad (13)$$

飞行器通过四个独立的电机带动螺旋桨旋转产生升力,完成飞行动作,所以可以将飞行器的非线性耦合模型分解为四个独立的控制通道,这里定义飞行器的输入量为式(14):

$$\begin{bmatrix} \hat{e}_x \\ \hat{e}_y \\ \hat{e}_z \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} \hat{e}_x \\ \hat{e}_y \\ \hat{e}_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} lb \sum_{i=1}^4 \Omega_i^2 \\ lb(\Omega_4^2 - \Omega_2^2) \\ lb(\Omega_3^2 - \Omega_1^2) \\ d(\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2) \end{bmatrix}. \quad (14)$$

其中, l 是飞行器质心到螺旋桨的距离, d 为电机转矩系数。

由此,姿态模型可简化为式(15):

$$\begin{bmatrix} \hat{e}_x \\ \hat{e}_y \\ \hat{e}_z \end{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{\theta}} = \begin{bmatrix} \hat{e}_x \\ \hat{e}_y \\ \hat{e}_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [u_2 - (I_{yy} - I_{zz})\dot{\theta}\dot{\psi}] / I_{xx} \\ [u_3 - (I_{zz} - I_{xx})\dot{\varphi}\dot{\psi}] / I_{yy} \\ [u_4 - (I_{xx} - I_{yy})\dot{\varphi}\dot{\theta}] / I_{zz} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

1.4 四旋翼飞行器模型

基于以上分析,可以得到四旋翼飞行器的最终数学模型,式(16):

$$\begin{cases} \ddot{x} = [u_1(\sin \varphi \sin \psi + \cos \varphi \sin \theta \cos \psi)] m^{-1} - K_1 \dot{x} m^{-1}, \\ \ddot{y} = [u_1(\cos \varphi \sin \theta \sin \psi - \sin \varphi \cos \psi)] m^{-1} - K_2 \dot{y} m^{-1}, \\ \ddot{z} = u_1 \cos \varphi \cos \theta m^{-1} - K_3 \dot{z} m^{-1} - g, \\ \ddot{\varphi} = [u_2 - (I_{yy} - I_{zz})\dot{\theta}\dot{\psi}] / I_{xx}, \\ \ddot{\psi} = [u_3 - (I_{zz} - I_{xx})\dot{\varphi}\dot{\psi}] / I_{yy}, \\ \ddot{\theta} = [u_4 - (I_{xx} - I_{yy})\dot{\varphi}\dot{\theta}] / I_{zz}. \end{cases} \quad (16)$$

2 控制器的设计

通过设计位置控制律, 实现 $x \rightarrow x_d, y \rightarrow y_d,$

$z \rightarrow z_d$ 。

2.1 位置控制律设计

由式(16), 定义式(17):

$$\begin{aligned} u_{1x} &= u_1(\cos \varphi \cos \psi \sin \theta + \sin \varphi \sin \psi) / m, \\ u_{1y} &= u_1(\cos \varphi \sin \theta \sin \psi - \cos \psi \sin \varphi) / m, \\ u_{1z} &= u_1(\cos \theta \cos \varphi) / m. \end{aligned} \quad (17)$$

则式(16)可以写成式(18):

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= u_{1x} - K_1 \dot{x} / m, \\ \ddot{y} &= u_{1y} - K_2 \dot{y} / m, \\ \ddot{z} &= u_{1z} - K_3 \dot{z} / m - g. \end{aligned} \quad (18)$$

定义滑模函数为式(19):

$$\begin{aligned} s_1 &= c_1 x_e + \dot{x}_e, \\ s_2 &= c_2 y_e + \dot{y}_e, \\ s_3 &= c_3 z_e + \dot{z}_e. \end{aligned} \quad (19)$$

其中, $x_e = x_d - x; y_e = y_d - y; z_e = z_d - z; c_1 > 0; c_2 > 0; c_3 > 0$ 。

对于式(19)中的第一个位置子系统, 求 \dot{s}_1 的一阶导数, 得式(20):

$$\dot{s}_1 = c_1 \dot{x}_e + \ddot{x}_e = c_1 \dot{x}_e - u_{1x} + K_1 \dot{x} / m + \ddot{x}_d. \quad (20)$$

令 $\dot{s}_1 = 0$, 得式(21):

$$u_{1xeq} = c_1 \dot{x}_e + K_1 \dot{x} / m + \ddot{x}_d. \quad (21)$$

基于此, 设计滑模控制律为式(22):

$$u_{1x} = c_1 \dot{x}_e + K_1 \dot{x} / m + \ddot{x}_d + k_1 \operatorname{sgn}(s_1). \quad (22)$$

其中, $k_1 > 0$ 。

同理, 对于式(19)中的第二和第三个位置子系统, 分别求 \dot{s}_2, \dot{s}_3 的导数得式(23):

$$\begin{aligned} \dot{s}_2 &= c_2 \dot{y}_e + \ddot{y}_e = c_2 \dot{y}_e - u_{1y} + K_2 \dot{y} / m + \ddot{y}_d, \\ \dot{s}_3 &= c_3 \dot{z}_e + \ddot{z}_e = c_3 \dot{z}_e - u_{1z} + g + K_3 \dot{z} / m + \ddot{z}_d. \end{aligned} \quad (23)$$

令 $\dot{s}_2 = 0, \dot{s}_3 = 0$, 得式(24):

$$\begin{aligned} u_{1yeq} &= c_2 \dot{y}_e + K_2 \dot{y} / m + \ddot{y}_d, \\ u_{1zeq} &= c_3 \dot{z}_e + g + K_3 \dot{z} / m + \ddot{z}_d. \end{aligned} \quad (24)$$

设计滑模控制律为式(25):

$$\begin{aligned} u_{1y} &= c_2 \dot{y}_e + K_2 \dot{y} / m + \ddot{y}_d + k_2 \operatorname{sgn}(s_2), \\ u_{1z} &= c_3 \dot{z}_e + g + K_3 \dot{z} / m + \ddot{z}_d + k_3 \operatorname{sgn}(s_3). \end{aligned} \quad (25)$$

其中, $k_2 > 0, k_3 > 0$ 。

则位置的滑模控制律为式(26):

$$\begin{aligned} u_{1x} &= c_1 \dot{x}_e + K_1 \dot{x} / m + \ddot{x}_d + k_1 \operatorname{sgn}(s_1), \\ u_{1y} &= c_2 \dot{y}_e + K_2 \dot{y} / m + \ddot{y}_d + k_2 \operatorname{sgn}(s_2), \\ u_{1z} &= c_3 \dot{z}_e + g + K_3 \dot{z} / m + \ddot{z}_d + k_3 \operatorname{sgn}(s_3). \end{aligned} \quad (26)$$

2.2 姿态控制律的设计

首先从位置子系统求解中间指令信号 φ_d 和 θ_d 。求解过程如下:

由式(17)可以得到式(27):

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u_{1x} \\ u_{1y} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \sin \varphi_d \sin \psi_d + \cos \varphi_d \sin \theta_d \cos \psi_d \\ -\sin \varphi_d \cos \psi_d + \cos \varphi_d \sin \theta_d \sin \psi_d \end{bmatrix} \frac{u_1}{m} = \\ &= \begin{bmatrix} \sin \psi_d & \cos \psi_d \\ -\cos \psi_d & \sin \psi_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin \varphi_d & \cos \varphi_d \\ \cos \varphi_d \sin \theta_d & \sin \theta_d \end{bmatrix} \frac{u_1}{m}. \end{aligned} \quad (27)$$

式(27)变为式(28):

$$\begin{bmatrix} \sin \psi_d & \cos \psi_d \\ \cos \psi_d & \sin \psi_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin \varphi_d & \cos \varphi_d \\ \cos \varphi_d \sin \theta_d & \sin \theta_d \end{bmatrix} \frac{u_1}{m} = \begin{bmatrix} u_{1x} \\ u_{1y} \end{bmatrix}. \quad (28)$$

根据: $u_{1z} = u_1(\cos \theta_d \cos \varphi_d) / m$, 可得到式(29):

$$u_1 = \frac{u_{1z} m}{\cos \theta_d \cos \varphi_d}. \quad (29)$$

则式(28)变为式(30):

$$\begin{bmatrix} \sin \psi_d & \cos \psi_d \\ \cos \psi_d & \sin \psi_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin \varphi_d & \cos \varphi_d \\ \cos \varphi_d \sin \theta_d & \sin \theta_d \end{bmatrix} \frac{u_{1z}}{\cos \theta_d \cos \varphi_d} = \begin{bmatrix} u_{1x} \\ u_{1y} \end{bmatrix}. \quad (30)$$

由式(30)可知式(31):

$$\frac{\cos \psi_d u_{1x} + \sin \psi_d u_{1y}}{u_{1z}} = \frac{\sin \theta_d}{\cos \theta_d} = \tan \theta_d. \quad (31)$$

得式(32):

$$\theta_d = \arctan\left(\frac{\cos \psi_d u_{1x} + \sin \psi_d u_{1y}}{u_{1z}}\right). \quad (32)$$

由式(30)可得式(33):

$$\frac{\sin \psi_d u_{1x} - \cos \psi_d u_{1y}}{u_{1z}} \cos \theta_d = \frac{\sin \varphi_d}{\cos \varphi_d} = \tan \varphi_d. \quad (33)$$

得式(34):

$$\varphi_d = \arctan\left(\frac{\sin \psi_d u_{1x} - \cos \psi_d u_{1y}}{u_{1z}} \cos\left(\arctan\left(\frac{\cos \psi_d u_{1x} + \sin \psi_d u_{1y}}{u_{1z}}\right)\right)\right). \quad (34)$$

可得到位置控制律为式(35):

$$u_1 = \frac{u_{1z}m}{\cos \varphi_d \cos \theta_d} \quad (35)$$

设计姿态子系统的滑模控制律,实现 $\varphi \rightarrow \varphi_d, \theta \rightarrow \theta_d$ 和 $\psi \rightarrow \psi_d$ 。

针对姿态模型,设计滑模函数为式(36):

$$\begin{aligned} s_4 &= c_4 \varphi_e + \dot{\varphi}_e \\ s_5 &= c_5 \theta_e + \dot{\theta}_e \\ s_6 &= c_6 \psi_e + \dot{\psi}_e \end{aligned} \quad (36)$$

其中, $\varphi_e = \varphi_d - \varphi; c_4 > 0; \theta_e = \theta_d - \theta; c_5 > 0; \psi_e = \psi_d - \psi; c_6 > 0$

对式(36)中的 s_4 求一阶导数,得到式(37):

$$\begin{aligned} \dot{s}_4 &= c_4 \dot{\varphi}_e + \ddot{\varphi}_e = c_4 \dot{\varphi}_e + \ddot{\varphi} - \ddot{\varphi}_d = c_4 \dot{\varphi}_e - u_2/I_{xx} + \\ &(I_{yy} - I_{zz})\dot{\theta}\dot{\psi}/I_{xx} + \ddot{\varphi}_d \end{aligned} \quad (37)$$

令 $\dot{s}_4 = 0$, 得式(38):

$$u_{2eq} = c_4 \dot{\varphi}_e I_{xx} + (I_{yy} - I_{zz})\dot{\theta}\dot{\psi} + \ddot{\varphi}_d I_{xx} \quad (38)$$

设计滑模函数为式(39):

$$u_2 = c_4 \dot{\varphi}_e I_{xx} + (I_{yy} - I_{zz})\dot{\theta}\dot{\psi} + \ddot{\varphi}_d I_{xx} + k_4 \text{sgn}(s_4) \quad (39)$$

其中, $k_4 > 0$ 。

同理,分别对 s_5, s_6 求一阶导数,得式(40):

$$\begin{aligned} \dot{s}_5 &= \dot{c}_5 \dot{\theta}_e - u_3/I_{yy} + (I_{zz} - I_{xx})\dot{\varphi}\dot{\psi}/I_{yy} + \ddot{\theta}_d \\ \dot{s}_6 &= \dot{c}_6 \dot{\psi}_e - u_4/I_{zz} + (I_{xx} - I_{yy})\dot{\varphi}\dot{\theta}/I_{zz} + \ddot{\psi}_d \end{aligned} \quad (40)$$

令 $\dot{s}_5 = 0, \dot{s}_6 = 0$, 得式(41):

$$\begin{aligned} u_{3eq} &= \dot{c}_5 \dot{\theta}_e I_{yy} + (I_{zz} - I_{xx})\dot{\varphi}\dot{\psi} + \ddot{\theta}_d I_{yy} \\ u_{4eq} &= \dot{c}_6 \dot{\psi}_e I_{zz} + (I_{xx} - I_{yy})\dot{\varphi}\dot{\theta} + \ddot{\psi}_d I_{zz} \end{aligned} \quad (41)$$

设计滑模控制律为式(42):

$$\begin{aligned} \dot{u}_3 &= \dot{c}_5 \dot{\theta}_e I_{yy} + (I_{zz} - I_{xx})\dot{\varphi}\dot{\psi} + \ddot{\theta}_d I_{yy} + k_5 \text{sgn}(s_5) \\ \dot{u}_4 &= \dot{c}_6 \dot{\psi}_e I_{zz} + (I_{xx} - I_{yy})\dot{\varphi}\dot{\theta} + \ddot{\psi}_d I_{zz} + k_6 \text{sgn}(s_6) \end{aligned} \quad (42)$$

则姿态的滑模控制律为式(43):

$$\begin{aligned} \dot{u}_2 &= \dot{c}_4 \dot{\varphi}_e I_{xx} + (I_{yy} - I_{zz})\dot{\theta}\dot{\psi} + \ddot{\varphi}_d I_{xx} + k_4 \text{sgn}(s_4) \\ \dot{u}_3 &= \dot{c}_5 \dot{\theta}_e I_{yy} + (I_{zz} - I_{xx})\dot{\varphi}\dot{\psi} + \ddot{\theta}_d I_{yy} + k_5 \text{sgn}(s_5) \\ \dot{u}_4 &= \dot{c}_6 \dot{\psi}_e I_{zz} + (I_{xx} - I_{yy})\dot{\varphi}\dot{\theta} + \ddot{\psi}_d I_{zz} + k_6 \text{sgn}(s_6) \end{aligned} \quad (43)$$

综上,位置和姿态的滑模控制律为式(44):

$$\begin{aligned} \dot{u}_1 &= \dot{c}_1 \dot{x}_e + K_1 \dot{x}/m + \ddot{x}_d + k_1 \text{sgn}(s_1) \\ \dot{u}_2 &= \dot{c}_2 \dot{y}_e + K_2 \dot{y}/m + \ddot{y}_d + k_2 \text{sgn}(s_2) \\ \dot{u}_3 &= \dot{c}_3 \dot{z}_e + g + K_3 \dot{z}/m + \ddot{z}_d + k_3 \text{sgn}(s_3) \\ \dot{u}_4 &= \dot{c}_4 \dot{\varphi}_e I_{xx} + (I_{yy} - I_{zz})\dot{\theta}\dot{\psi} + \ddot{\varphi}_d I_{xx} + k_4 \text{sgn}(s_4) \\ \dot{u}_5 &= \dot{c}_5 \dot{\theta}_e I_{yy} + (I_{zz} - I_{xx})\dot{\varphi}\dot{\psi} + \ddot{\theta}_d I_{yy} + k_5 \text{sgn}(s_5) \\ \dot{u}_6 &= \dot{c}_6 \dot{\psi}_e I_{zz} + (I_{xx} - I_{yy})\dot{\varphi}\dot{\theta} + \ddot{\psi}_d I_{zz} + k_6 \text{sgn}(s_6) \end{aligned} \quad (44)$$

3 双模糊滑模控制器设计

3.1 切换增益的模糊控制

在滑模控制率中,切换增益 $c_i (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6)$ 是导致抖振的主要原因,建模误差和外界干扰等不确定项通过 c_i 进行补偿,以保证滑模存在性条件得到满足。假如 c_i 能随着建模误差和外界干扰等不确定项自适应调整,则可以降低抖动幅度和减小系统稳态误差。

根据跟踪误差 e 和误差变化率 \dot{e} 适时调整切换增益,采用模糊推理建立 c_i 的调整方法。

定义模糊集为:

$$\begin{aligned} e_i &= \{NB \quad NS \quad Z \quad PS \quad PB\} \\ \dot{e}_i &= \{NB \quad NS \quad Z \quad PS \quad PB\} \\ c_i &= \{NB \quad NS \quad Z \quad PS \quad PB\} \end{aligned}$$

其中: NB 、 NS 、 Z 和 PS 、 PM 、 PB 分别表示为负大、负小、零和正小、正中、正大。模糊系统的输入变量、输出变量采用的隶属度函数为三角函数和 MATLAB 中基于样条插值的 zmf 、 smf 函数,输入变量采用的隶属度函数如图 2(a)、(b) 所示,输出变量采用的隶属度函数如图 2(c) 所示。

模糊调整规则见表 1^[12]。

表 1 跟踪误差 e 与误差变化率 \dot{e} 适时调整滑模面的斜率 c_i
Tab. 1 Tracking error and error rate of change timely adjust the slope of sliding surface

| c_i | \dot{e}_i | | | | |
|-------|-------------|----|----|----|----|
| | NB | NS | Z | PS | PB |
| NB | PM | PS | PS | PS | PM |
| NS | PB | PM | PS | PM | PB |
| e_i | Z | PB | PB | PM | PB |
| | PS | PB | PM | PS | PB |
| | PB | PM | PS | PS | PM |

3.2 切换项的模糊控制

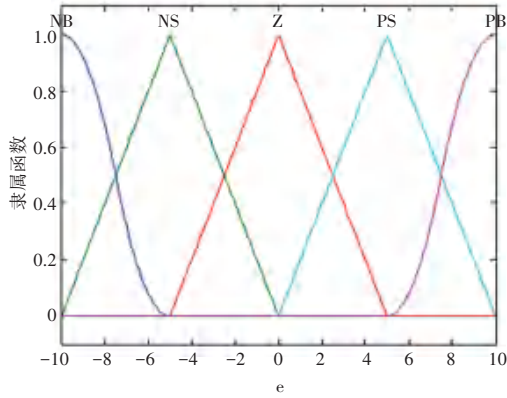
为了进一步减弱滑模控制的抖振,优化系统性能,针对上述设计的切换增益的模糊控制,对切换项

进行模糊调整, 定义如下模糊集:

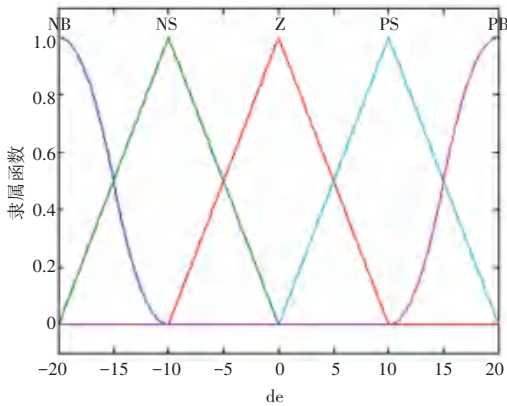
$$s_i = \{NB \quad NM \quad NS \quad Z \quad PS \quad PM \quad PB\},$$

$$k_i = \{NB \quad NM \quad NS \quad Z \quad PS \quad PM \quad PB\}.$$

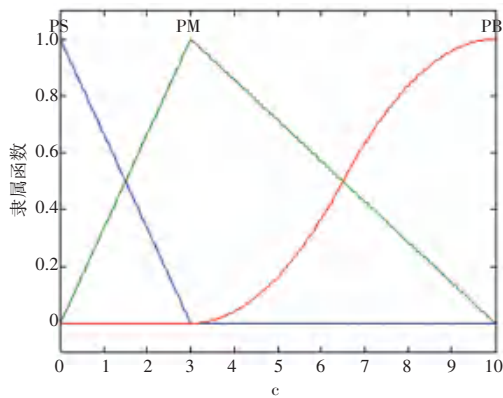
模糊系统输入变量、输出变量采用的隶属度函数为三角函数和 MATLAB 中基于样条插值的 zmf、smf 函数, 输入变量采用的隶属度函数如图 2 (d) 所示, 输出变量采用的隶属度函数如图 2 (e) 所示。



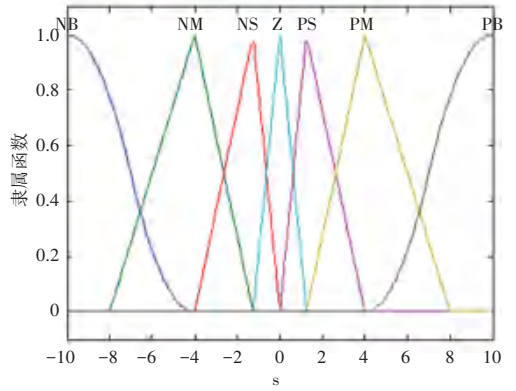
(a)



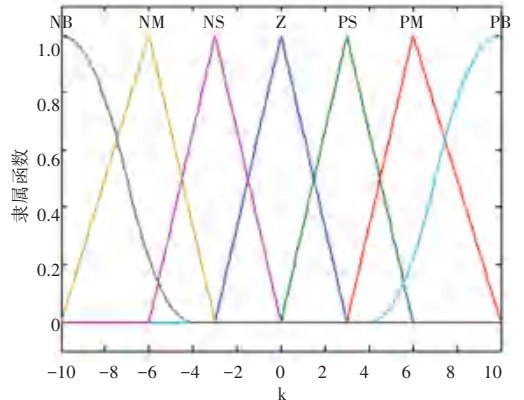
(b)



(c)



(d)



(e)

图 2 模糊函数的隶属函数

Fig. 2 Membership function of fuzzy function

模糊调整规则见表 2。

表 2 滑模面 s_i 适时调整切换项 k_i

Tab. 2 Sliding surface timely adjust switching term

| | | | | | | | |
|-------|----|----|----|---|----|----|----|
| s_i | NB | NM | NS | Z | PS | PM | PB |
| k_i | PB | PM | PS | Z | PS | PM | PB |

其中, $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

上述的两个模糊控制, 均采用中心平均解模糊算法进行去模糊化, 即式 (45) [13]:

$$f(x) = \frac{\sum_{i_1=1}^{N_1} \sum_{i_2=1}^{N_2} [y^{i_1 i_2} (\mu_{A_1}^{i_1}(x_1) \mu_{A_2}^{i_2}(x_2))]}{\sum_{i_1=1}^{N_1} \sum_{i_2=1}^{N_2} (\mu_{A_1}^{i_1}(x_1) \mu_{A_2}^{i_2}(x_2))}. \quad (45)$$

其中, 分子中的 $[\cdot]$ 内表示规则前提之间、规则前提与结论之间的逻辑“与”运算, 采用乘积推理机实现; 分子中的 $\sum_{i_1=1}^{N_1} \sum_{i_2=1}^{N_2}$ 表示规则间的推理, 采用模糊并运算算子实现; $y^{i_1 i_2}$ 采用单值模糊器实现, 即隶属函数最大值所对应的横坐标值的函数值。

4 稳定性分析

以式(16)中第一个双模糊滑模控制律为例,定义 Lyapunov 函数为式(46):

$$V_1 = \frac{1}{2}s_1^2. \tag{46}$$

对其求导得式(47):

$$\dot{V}_1 = s_1 \dot{s}_1 = s_1(c_1 \dot{x}_e + \dot{x}_e) = s_1(c_1 \dot{x}_e + \ddot{x}_d - \ddot{x}). \tag{47}$$

将式(22)带入式(47)得式(48):

$$\dot{V}_1 = -s_1 k_1 \text{sgn}(s_1). \tag{48}$$

根据上述双模糊滑模控制设计可知: $0 \leq k_1 \text{sgn}(s_1) \leq 1$, 于是式(48)可写成式(49):

$$\dot{V}_1 = -k_1 |s_1| \leq 0. \tag{49}$$

即可知 \dot{V}_1 是负定。

根据 Lyapunov 稳定性判别定理可知,该子系统稳定。

同理可证其他系统稳定。

5 仿真实验

为验证所设计的基于内外环的双模糊滑模控制的有效性,在 MATLAB2018a 中编写 S 函数,并搭建 simulink 环境,对四旋翼飞行器位置和姿态的轨迹跟踪控制进行仿真分析,设计的四旋翼飞行器参数,见表 3。

表 3 四旋翼飞行器参数
Tab. 3 Parameters of four rotor aircraft

| 参数 | 数值大小 |
|---|----------|
| 质量 m/kg | 0.200 |
| 臂长 l/m | 0.200 |
| 重力加速度 $g/(\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$ | 9.8 |
| x 轴转动惯量 $I_{xx}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$ | 0.001 25 |
| y 轴转动惯量 $I_{yy}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$ | 0.001 25 |
| z 轴转动惯量 $I_{zz}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$ | 0.002 50 |

设定四旋翼飞行器位置初始状态为(2, 0, 1, 0, 0, 0), 角度初始状态为(0, 0, 0, 0, 0, 0), 期望偏航角的值为 $\psi_d = \frac{\pi}{3}$, 取 $x_d = 3, y_d = 3, z_d = 3$ 。空气阻力系数 $K_1 = 0.01, K_2 = 0.01, K_3 = 0.01$ 。在位置控制律中,取 $c_1 = 5, c_2 = 5, c_3 = 5; k_1 = 5, k_2 = 5, k_3 = 5$; 在姿态控制律中 $c_4 = 30, c_5 = 30, c_6 = 30; k_4 = 50, k_5 = 50, k_6 = 50$ 。为更好地验证系统的抗干扰性, 本文假设建模误差和外部扰动等不确定项用高斯函数表示为式(50):

$$d_i = a_i \exp\left(-\frac{(t - c_i)^2}{2b_i^2}\right), i = 1, 2, 3, 4, 5, 6. \tag{50}$$

在仿真过程中,考虑不确定项对各个系统的影响不同,确定一般扰动的参数: $c_i = 15, b_i = 0.01$,

$$a_1 = 10, a_2 = 10, a_3 = 10, a_4 = 2, a_5 = 2, a_6 = 2.$$

从图 3、图 4、图 5 跟踪轨迹可以看出,在基于内外环的双模糊滑模控制方法中,在双模糊滑模控制下,并未出现抖动现象,说明所设计的双模糊滑模控制较好地消除了抖振。

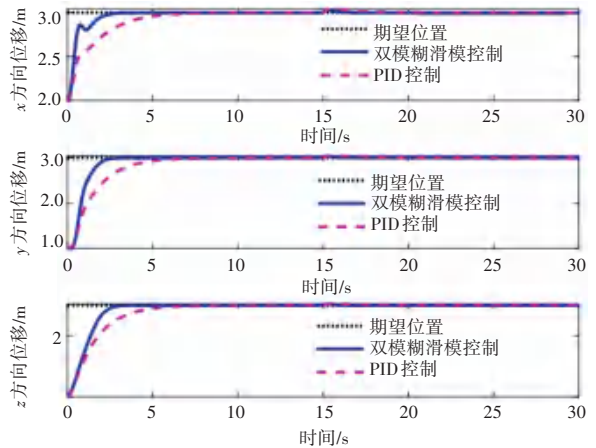


图 3 位置子系统跟踪轨迹

Fig. 3 Tracking trajectory of position subsystem

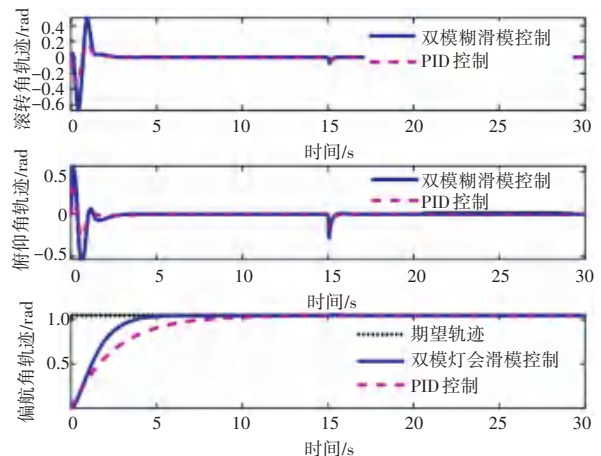


图 4 姿态子系统跟踪轨迹

Fig. 4 Tracking trajectory of attitude subsystem

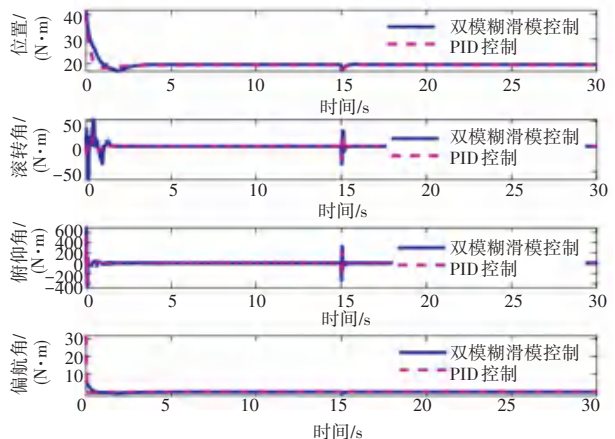


图 5 控制输入

Fig. 5 Control input

从图3、图4、图5跟踪轨迹对比中可以明显地看出,相比于传统的PID控制中,基于内外环的双模糊滑模控制大大提高了响应速度,减少了调整时间,降低了超调量,特别是在位置跟踪轨迹中表现更为显著。

从图6、图7、图8、图9稳态误差对比图中可以看出,在加入扰动后,相比于双模糊滑模控制方法,传统PID控制方法的轨迹跟踪稳态误差出现了明显变化,这说明双模糊滑模控制可以有效抑制扰动,有较强的鲁棒性,可以更好地控制四旋翼飞行器的飞行。

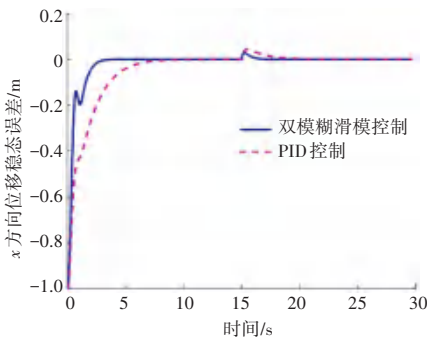


图6 X方向位移的稳态误差

Fig. 6 Steady state error of X-direction displacement

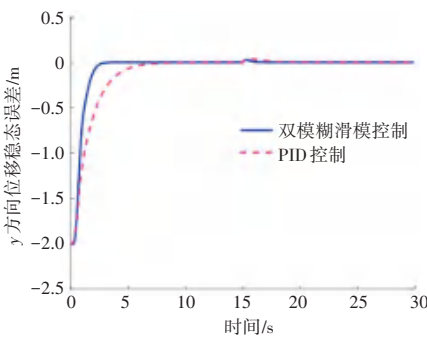


图7 Y方向位移的稳态误差

Fig. 7 Steady state error of Y-direction displacement

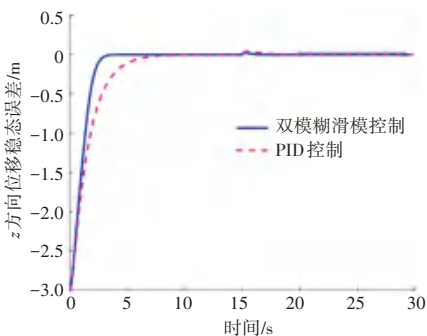


图8 Z方向位移的稳态误差

Fig. 8 Steady state error of Z-direction displacement

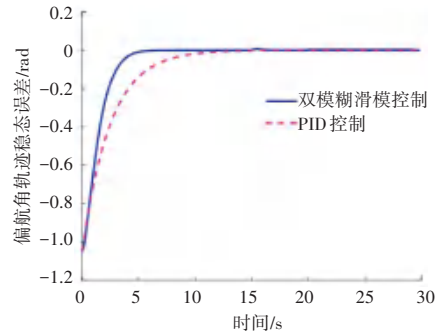


图9 偏航角轨迹的稳态误差

Fig. 9 Steady state error of yaw angle track

6 结束语

本文从提高四旋翼飞行器控制的鲁棒性出发,着重解决因为其强耦合特性带来的姿态模型难以精确建立,无法稳定控制飞行器的飞行状态问题,提出了一种基于内外环的双模糊滑模控制策略。以位置子系统为外环,姿态子系统为内环,以中间指令信号连通内外环,跟踪位置轨迹和偏航角,同时保证滚转角和俯仰角的稳定。通过 Lyapunov 函数稳定性判据,证明了所设计的控制器的稳定性。借助 Simlink 进行了仿真,并且和传统 PID 控制方法进行了对比,由仿真结果分析证明了该控制方案的有效性。

参考文献

- [1] ZHENG D, WANG H, CHEN W, et al. Planning and tracking in image space for image-based visual servoing of a quadrotor[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, 65(4): 3376-3385.
- [2] CAI G, WANG B, CHEN BM, et al. Design and implementation of a flight control system for an unmanned rotorcraft using rpt control approach[J]. Asian Journal of Control, 2013, 15(1): 95-119.
- [3] 曹健,丁力. 四旋翼飞行器的动态滑模轨迹跟踪控制研究[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2019(8): 86-90.
- [4] 张建功,于春梅,叶剑晓. 基于扩张状态观测器和反步滑模法的四旋翼无人机轨迹跟踪控制[J]. 计算机应用, 2018, 38(9): 2742-2746.
- [5] 丁力,高振奇,虞青. 基于改进樽海鞘群算法的四旋翼飞行器姿态优化控制[J]. 农业机械学报, 2019, 50(10): 243-250.
- [6] 陶彦隐,王炜毅,邱亚峰,等. 基于自适应滑模控制的四旋翼飞行器轨迹追踪控制[J]. 信息与控制, 2018, 47(3): 276-282.
- [7] 陈剑,杜红彬. 四旋翼飞行器串级姿态稳定性优化控制研究[J]. 计算机仿真, 2017, 34(9): 59-63, 119.
- [8] 何海军,李虹,柏艳红,等. 四旋翼飞行器姿态轨迹跟踪控制仿真研究[J]. 计算机仿真, 2018, 35(6): 37-41.
- [9] 常绍平,师五喜,郭建川. 基于预定性能的四旋翼飞行器姿态控制[J]. 计算机仿真, 2017, 34(7): 73-78.
- [10] 吴森堂,费玉华. 飞行控制系统[M]. 北京:北京航空航天大学出版社, 2005.
- [11] 申珊珊. 斜十字四旋翼飞行器实验建模与控制技术研究[D]. 南京航空航天大学, 2013.
- [12] 胡盛斌,陆敏恂. 多关节机器人反馈线性化双模糊滑模控制[J]. 机械科学与技术, 2013, 32(1): 105-110, 115.
- [13] 刘金琨. 智能控制(第4版)[M]. 北京:电子工业出版社, 2017.