Vol.14 No.8

Aug. 2024

李文凯,张寒莉,储青. 三自由度并联机器人的轨迹跟踪滑模控制[J]. 智能计算机与应用,2024,14(8):48-53. DOI:10.20169/j.issn.2095-2163.240808

# 三自由度并联机器人的轨迹跟踪滑模控制

李文凯,张寒莉,储 青 (上海理工大学健康科学与工程学院,上海 200093)

摘 要:为了提高并联机器人在有干扰或者模型不确定情况下的工作性能,本文设计了一种模糊自适应滑模控制方法,并将 其应用于平面 3-PRR 并联机器人的轨迹跟踪控制中。首先,采用解析法对机器人进行了运动学分析,并基于虚功原理法建立 了其动力学模型;其次,改进了滑模趋近率以提高误差收敛速度,同时利用滑模变量设计了模糊控制器,动态调节滑模控制自 适应项的增益,以消除抖振并提高控制精度。最后利用 Simulink 对同一轨迹进行了仿真实验,并应用不同的控制方法进行了 比较。仿真结果表明,所提控制方法在不同的干扰下,轨迹跟踪误差更小,抗干扰能力更强,对于三自由度平面并联机器人的 位置控制非常有效。

关键词: 平面并联机器人; 虚功原理; 滑模控制; 轨迹跟踪

中图分类号: TP242

文献标志码: A

文章编号: 2095-2163(2024)08-0048-06

## Trajectory tracking sliding mode control for a 3-DOF parallel robot

LI Wenkai, ZHANG Hanli, CHU Qing

(College of Health Sciences and Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

**Abstract:** In order to improve the working performance of parallel robots under the presence of disturbances or model uncertainties, this paper proposes a fuzzy adaptive sliding mode control method and applies it to the trajectory tracking control of a planar 3-PRR parallel robot. Firstly, the kinematics analysis of the robot is carried out using the analytical method, and its dynamic model is established based on the principle of virtual work. Secondly, the sliding mode reaching rate is improved to enhance the convergence speed of error, and a fuzzy controller is designed based on sliding mode variables to dynamically adjust the gain of the sliding mode control adaptive term in order to eliminate chattering and improve control accuracy. Finally, Simulink is used to perform simulation experiments on the same trajectory and different control methods are compared. The simulation results show that the proposed control method has smaller trajectory tracking error and stronger disturbance rejection ability under different disturbances, and it is very effective for position control of 3-DOF planar parallel robot.

Key words: planar parallel robot; virtual work principle; sliding mode control; trajectory tracking.

# 0 引 言

并联机器人因精度高、承载能力强等优势<sup>[1]</sup>,被广泛应用于激光雕刻、精密制造、外科手术机器人等场合<sup>[2-4]</sup>。

随着工业上对生产效率和控制性能的提升,并 联机器人被要求在各种工作环境中高质量、高标准 地完成各种复杂任务,这对于并联机器人的控制精 度和稳定性提出了更高的要求<sup>[5]</sup>。并联机器人作 为一种强耦合、非线性的复杂系统,考虑到其动态特 性,可以采用基于动力学模型的动力学控制<sup>[6-7]</sup>。 然而,许多的动力学控制方法依赖于准确的动力学模型(如:计算力矩控制),而机器人动态建模中的建模不确定性或未建模时变扰动,使得无法获得准确的动力学模型<sup>[8]</sup>。滑模变结构控制作为一种特殊的非线性控制,滑模面的设计与系统参数和外部扰动无关,不依赖准确的动力学模型,对外部干扰具有较好的鲁棒性和适应性,因此对于并联机器人这种高度耦合参数不确定的非线性系统,具有稳定、可靠的控制效果<sup>[9-11]</sup>。

至今为止,许多学者对滑模变控制展开研究,黄进等[12]将滑模变结构控制应用于柔索并联机器人

作者简介:李文凯(1997-),男,硕士研究生,主要研究方向:并联机器人,滑模控制;张寒莉(1999-),女,硕士研究生,主要研究方向:显微操作,机器人控制;储 青(1997-),女,硕士研究生,主要研究方向;机械设计。

收稿日期: 2023-04-13

进行轨迹跟踪控制,在存在外界干扰时也能迅速调整,取得了较好的稳定性。Su 等<sup>[13]</sup>设计了一种自适应反演滑模控制算法,有效消除了非线性系统抖振。石明明等<sup>[14]</sup>针对冗余四自由度并联机器人,提出并设计了一种新型加权积分增益型指数趋近率滑模控制方法,结果表明该方法能有效消除抖振并对外界干扰具有良好鲁棒性。

本文针对高速运动的平面 3-PRR 并联机器人, 提出了一种模糊自适应滑模控制策略。首先,采用 解析法建立了运动学方程,并应用虚功原理法得到 了简洁的动力学模型;随后结合机器人的动力学模 型提出了一种基于趋近率的滑模控制策略,同时利 用滑模变量设计了模糊控制器,以加快误差提高控 制精度;最后,在不同干扰下,应用不同的控制方法 对同一圆形进行了仿真实验。仿真结果表明,所提 出的控制策略具有更好的工作性能。

# 1 平面 3-PRR 并联机器人

### 1.1 结构描述

平面 3-PRR 并联机器人结构如图 1 所示,其中包含一个固定基座平台和一个移动平台,移动平台通过 3 条闭合支链与基座平台  $A_1$   $A_2$   $A_3$  相连<sup>[15-16]</sup>。每条支链由一根连杆和一个滑块组成,具有一个沿着导轨直线运动的主动移动关节 (P) 和两个被动的旋转关节 (R)。

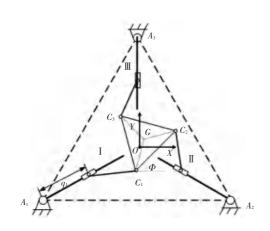


图 1 平面 3-PRR 并联机器人结构简图

Fig. 1 Structure of a planar 3-PRR parallel robot

全局固定坐标系 OXY 以基座平台的中心 O 为 坐标原点。 $q_i(i=1,2,3)$  表示 3 个滑块在导轨上直线运动的位移量,l 表示每条运动支链中连杆的长度,移动平台的位置和姿态依次表示为  $G(x,y,\varphi)$ ,其边  $C_1$   $C_2$  与 X 轴正方向所成的夹角为  $\varphi_p$ 。 平面并联机器人的结构参数见表 1。

表 1 平面并联机器人结构参数表

Table 1 Structure parameters of planar parallel robot

参数	单位	名称
l	[ m]	连杆长度
$L_B$	[ m]	移动平台边长
$oldsymbol{arphi}_p$	[ m]	移动平台转角

### 1.2 运动学分析

对于具有 3 条相同对称运动支链的平面 3-PRR 并联机器人,可以利用图 2 所示的闭合支链示意图建立运动方程。闭合支链的矢量方程为

$$\overrightarrow{A_i} \overrightarrow{B_i} + \overrightarrow{B_i} \overrightarrow{C_i} + \overrightarrow{C_i} \overrightarrow{G} + \overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OA_i} = 0$$
 (1)

代入坐标关系,式(1)矢量方程在 X、Y 方向的约束方程表示如下:

$$q_i \cos \alpha_i + l \cos \beta_i - x'_{ai} \cos \varphi_p + y'_{ai} \sin \varphi_p = X_p - X_{A_i} \quad (2)$$

$$q_i \sin \alpha_i + l \sin \beta_i - x'_{ci} \sin \varphi_p - y'_{ci} \cos \varphi_p = Y_p - Y_{A_i} (3)$$

其中,  $x'_{ci}$  和  $y'_{ci}$  为移动平台顶点  $C_i$  在固定坐标系的坐标;  $(X_{A_i}, Y_{A_i})$  是基座平台  $A_i$  的坐标;  $q_i$  为直线位移。移动平台中点 G 在固定坐标系的坐标表示为  $(x_p, y_p, \varphi_p)$ 。

联立式(2)和式(3),消去变量 $\beta_i$ 并进行化简,得到滑块位移表达式:

$$q_i = M_i \pm \sqrt{(l^2 - N^2)}$$
 (4)

其中, M 和 N 可以表示如下:

$$\begin{cases} M = (x'_{ci} - x_{Ai}) \cos \alpha_i + (y'_{ci} - y_{Ai}) \sin \alpha_i \\ N = (x'_{ci} - x_{Ai}) \sin \alpha_i + (y'_{ci} - y_{Ai}) \cos \alpha_i \end{cases}$$
(5)  
对式(2)和(3)求导,得到:

$$(\overrightarrow{x_p} \stackrel{\overrightarrow{i}}{i} + \overrightarrow{y_p} \stackrel{\overrightarrow{j}}{j}) + \varphi_p(\overrightarrow{k} \times \overrightarrow{e_i}) = \overrightarrow{q_i} \stackrel{\overrightarrow{a_i}}{a_i} + \beta_i(\overrightarrow{k} \times \overrightarrow{b_i}) \quad (6)$$

其中, $\vec{i}$ , $\vec{j}$ , $\vec{k}$ 表示单位向量, $\vec{a}_i = [\cos \alpha_i, \sin \alpha_i]^{\mathrm{T}}$ , $\vec{b}_i = [L\cos \beta_i, L\sin \beta_i]^{\mathrm{T}}$ ,且 $\vec{e}_i = [x'_{ci}\cos \varphi_p - y'_{ci}\sin \varphi_p, x'_{ci}\sin \varphi_p - y'_{ci}\cos \varphi_p]^{\mathrm{T}}$ 。

将式(6)化简,并消去 $\dot{\beta}_i$ ,移动平台与滑块的速度关系可以表示为:

$$\dot{q}_{i} = \frac{1}{\overrightarrow{a}_{i}.\dot{b}_{i}} (b_{ix} \ b_{iy} \ e_{i} \times b_{i}) \ \mathbf{\hat{y}}_{p}^{\dot{c}} \dot{\mathbf{\hat{y}}}_{p}^{\dot{c}} = \mathbf{J}_{p} \ \dot{X}_{p} (i = 1,2,3) \ (7)$$

$$\mathbf{\hat{q}}_{i} = \frac{1}{\overrightarrow{a}_{i}.\dot{b}_{i}} (b_{ix} \ b_{iy} \ e_{i} \times b_{i}) \ \mathbf{\hat{y}}_{p}^{\dot{c}} \dot{\mathbf{\hat{y}}}_{p}^{\dot{c}} = \mathbf{J}_{p} \ \dot{X}_{p} (i = 1,2,3) \ (7)$$

其中,  $J_P$  表示描述平面 3-PRR 并联机器人移动平台速度与滑块速度关系的雅可比矩阵。

对式(7)求导,则移动平台加速度和滑块加速 度的关系可以表示为

$$\ddot{q} = \boldsymbol{J}_{P} \ddot{X}_{p} + \dot{J}_{P} \dot{X}_{p} \tag{8}$$

由式(7) 连杆角速度和移动平台速度的关系

为

$$\dot{\boldsymbol{\beta}}_{i} = \frac{1}{\overset{\rightarrow}{a_{i}}\dot{b}_{i}} (-a_{iy} \ a_{ix} \ a_{i}.e_{i}) \begin{array}{c} \overset{\rightleftharpoons}{\boldsymbol{\varsigma}_{p}} \overset{\circ}{\boldsymbol{\varsigma}} \\ \overset{\leftarrow}{\boldsymbol{\varsigma}_{p}} \overset{\cdot}{\boldsymbol{\varsigma}} \\ \overset{\leftarrow}{\boldsymbol{\varsigma}_{p}} \overset{\cdot}{\boldsymbol{\varsigma}} \\ \overset{\leftarrow}{\boldsymbol{\varsigma}_{p}} \overset{\leftarrow}{\boldsymbol{\varsigma}} \end{array} \qquad J_{\beta i} \ \overset{\cdot}{\boldsymbol{X}_{p}} (i = 1,2,3) \ (9)$$

由图 2,可得移动平台和连杆的矢量方程为

$$\overrightarrow{C_iG} + \overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OD_i} + \overrightarrow{D_iC_i} = 0 \tag{10}$$

类似的,式 (10) 矢量方程在 X、Y 方向的约束 方程如下:

$$\frac{1}{2}l\cos\beta_i - x'_{ci}\cos\varphi_p + y'_{ci}\sin\varphi_p = X_p - X_{D_i}(11)$$

$$\frac{1}{2}l\sin\beta_{i} - x'_{ci}\sin\varphi_{p} - y'_{ci}\cos\varphi_{p} = Y_{p} - Y_{D_{i}}(12)$$

对式(11)和(12)求导,连杆的线速度表示为

$$(\dot{x_i}\ \dot{y_i})^{\mathrm{T}} = (\dot{x_p}\ \dot{i} + \dot{x_p}\ \dot{i}) + \dot{\varphi}_p(\vec{k}\times\vec{e_i}) - 0.05\ \dot{\beta}_i\ \vec{k}\times\vec{b_i}$$
(13)

结合式(9)和(13),移动平台和连杆速度的关系表示为:

$$\left[\dot{X}_{i}\dot{y}_{i}\dot{\beta}_{i}\right]^{\mathrm{T}}=J_{\beta i}\dot{X}\tag{14}$$

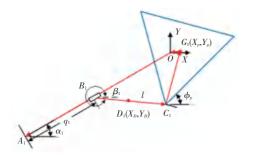


图 2 闭合支链图

Fig. 2 Closed-loop support chain diagram

#### 1.3 动力学分析

由于平面 3-PRR 并联机器人的所有组成元件 都在水平面上,可以忽略其所受的重力作用。根据 虚功原理的定义,可以得到机器人简洁的动力学表 达式为

$$\delta \overrightarrow{\rho}^{\mathrm{T}} F_a + \delta \overrightarrow{X}_p^{\mathrm{T}} F_p + \delta \overrightarrow{\rho}^{\mathrm{T}} F_s + \sum_{i=1}^3 \delta \overrightarrow{X}_i^{\mathrm{T}} F_i = 0$$
 (15)

其中, $\delta \vec{\rho}$ 、 $\delta \vec{X}_i$ 、 $\delta \vec{X}_p$  均为元件的虚位移; $F_a$  代表作用于滑块上的驱动力; $F_p$  代表移动平台的惯性力; $F_s$  代表滑块的惯性力; $F_i$  代表连杆的惯性力。

考虑到 $\delta \vec{\rho} = J_p \delta \vec{X}_p \,$ 和 $\delta \vec{X}_i = J_{\beta_i} \delta \vec{X}_p$ ,消去虚位移 $\delta \vec{X}_p$ ,式(15)所示动力学表达式可以化简为

$$F_{a} = -F_{s} - (J_{p}^{T})^{-1} (F_{p} + \sum_{i=1}^{3} J_{\beta i}^{T} F_{i}) \quad (16)$$

代入各元件惯性力,机器人整体动力学模型为:

$$M_A \ddot{X}_p + M_C \dot{X}_p = J_p^{\mathrm{T}} F_a \tag{17}$$

其中:

$$M_{A} = \begin{cases} \hat{\mathbf{g}} m_{p} & 0 & 0 \\ \hat{\mathbf{g}} & 0 & 0 \end{cases} \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{g}} \\ \hat{\mathbf{g}} \\ \hat{\mathbf{g}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{$$

$$M_{C} = J_{p}^{T} \stackrel{\circ}{\mathbf{e}} 0 \qquad m_{s2} \qquad 0 \stackrel{\bullet}{\mathbf{u}} \stackrel{\circ}{\mathbf{u}} \stackrel{\circ}{J}_{p} + \sum_{i=1}^{3} J_{Bi}^{T} \stackrel{\circ}{\mathbf{e}} 0 \qquad m_{i} \qquad 0 \stackrel{\bullet}{\mathbf{u}} \stackrel{\circ}{\mathbf{u}} \stackrel{\circ}{J}_{Bi} \stackrel{\circ}{\mathbf{e}} 0 \qquad m_{i} \qquad 0 \stackrel{\bullet}{\mathbf{u}} \stackrel{\circ}{J}_{Bi} \stackrel{\circ}{\mathbf{e}} 0 \qquad 0 \qquad I_{i} \stackrel{\bullet}{\mathbf{u}} \stackrel{\circ}{\mathbf{u}} \qquad (19)$$

利用式(7)进一步求导:

$$\dot{X}_p = J_P^{-1} \dot{q}_i, \ i = 1, 2, 3$$
 (20)

$$\ddot{X}_{p} = \dot{J}_{p}^{-1} \dot{q}_{i} + J_{p}^{-1} \ddot{q}_{i} \tag{21}$$

联立式(17)、(20)和(21),平面 3-PRR 并联机器人基于关节空间的动力学模型表示为

$$\boldsymbol{H}(q) \ddot{q}_i + \boldsymbol{C}(q, \dot{q}) \dot{X}_p = \tau \tag{22}$$

其中,  $\mathbf{H}(q)$  为广义惯性矩阵;  $\mathbf{C}(q,q)$  为科里 奥利和离心力系数矩阵;  $\tau$  为施加在机器人驱动关 节上的力或力矩。 $q_i = [q_1,q_2,q_3]$ , $q_i = [\dot{q}_1,\dot{q}_2,\dot{q}_3]$ ,  $\ddot{q}_i = [\ddot{q}_1,\ddot{q}_2,\ddot{q}_3]$  为驱动关节的位置、速度和加速度 矢量。该动力学模型将应用于以下模糊滑模变结构 控制方案。

# 2 模糊自适应滑模控制器设计

本节结合并联机器人的动力学模型,提出了一种基于趋近率的滑模控制方法,同时利用滑模变量设计了模糊控制器,以加快误差收敛速度并提高控制精度<sup>[17-18]</sup>。

#### 2.1 改进型滑模控制设计

首先,定义驱动关节的位置跟踪误差和速度跟 踪误差:

$$e(t) = q_d - q(t) \tag{23}$$

$$\dot{e}(t) = \dot{q}_d(t) - \dot{q}(t) \tag{24}$$

为了保证设计的滑模面能够在有效时间内收敛,利用驱动关节位置和速度误差去设计滑模面,因此设计基于误差的滑模面为

$$s(t) = \gamma e(t) + \dot{e} \tag{25}$$

其中, $\gamma = \text{diag}[\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3]$ ,且 $\lambda_i > 0$ ,对上式的滑模切换面取一阶导数,得到:

$$\dot{s}(t) = \gamma \dot{e}(t) + \ddot{e}(t) \tag{26}$$

 $\dot{s}(t) = \gamma (\dot{q}_d(t) - \dot{q}(t)) + \ddot{q}_d(t) - \ddot{q}(t)$  (27) 引入平面并联机器人得关节动力学模型,将等式(22)代入式(27)得:

$$\dot{s}(t) = \gamma (\dot{q}_d(t) - \dot{q}(t)) + (\ddot{q}_d + H^{-1}(q))C(q,\dot{q}) - H^{-1}(q)\tau$$
(28)

考虑在传统的指数趋近率中,等速趋近率项  $\varepsilon$ sgn(s) 对于滑模变结构控制的品质影响较差,无法快速达到滑模面。因此采用准滑动模态的  $\varepsilon$ tan(s) 替代等速趋近项,从而使得滑模运动点可以快速的到达滑模面。所以改进后的滑模趋近率表示为

$$\dot{s}(t) = -\varepsilon \tanh(s) - ks \tag{29}$$

针对式(22)所示平面并联机器人的动力学方程,设计改进型滑模控制方法:

$$\boldsymbol{\tau} = H(q)(\gamma \dot{e}(t) + \ddot{q}_d) + \varepsilon \tanh(s) + ks + C(q,\dot{q}) \dot{q}$$
(30)

定义 Lyapunov 函数为

$$V(s) = \frac{1}{2} s^{\mathrm{T}} s \tag{31}$$

上式为二次型,那么必定满足正定,对其求导得到:

$$V(s) = s^{T} s = -s^{T}(\varepsilon \tanh(s) + ks)$$
 (32)  
根据滑模运动点  $(e, e)$  位置对上式分析:

(1)当 (e, e)处于边界层时,  $\varepsilon \tanh(s) \approx \varepsilon s$ ,式(32)整理为

$$\dot{V}(s) = -s^{\mathrm{T}}(\varepsilon s + ks) \tag{33}$$

可见,上式二次型 $s^{\mathsf{T}}\varepsilon s$  和  $s^{\mathsf{T}}$  Ks 均为非负,因此 V(s) < 0。

(2)当 (e, e)处于边界层外时,  $\varepsilon \tanh(s) \approx \varepsilon \operatorname{sgn}(s)$ ,式(32)表示为

$$\dot{V}(s) = -\varepsilon \| s \|_{1} - s^{\mathrm{T}} K s \tag{34}$$

其中,二次型 $s^{T}Ks>0$ , $\varepsilon>0$ ,那么范数  $\varepsilon\parallel s\parallel_{1}>0$ ,因此也有 V(s)<0。

根据上述分析,则无论 (e,e) 的位置如何,总存在 V(s) > 0, V(s) < 0。 在设计的动力学模型中,改进型滑模控制器满足系统稳定条件。

#### 2.2 模糊 FASMC 设计

为了提高在不确定环境下平面 3-PRR 并联机器人控制性能。本节将模糊控制集成到滑模控制器上,以滑模面 s 及其导数 s 作为模糊控制器的输入,控制参数  $\varepsilon$  和 K 作为输出,使得在趋近阶段利用模

糊逻辑调节控制作用,以减少到达滑模面的时间并 提高控制精度。模糊自适应滑模控制框图如图 3 所 示。

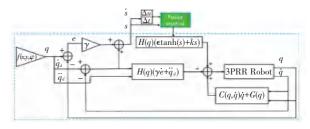


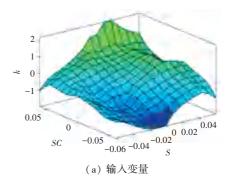
图 3 模糊自适应滑模控制框图

Fig. 3 Block diagram of fuzzy adaptive sliding mode control 由于模糊控制器是一个双输入双输出的结构,为简化控制器设计,将输入和输出定义为相同的模糊子集:

### $\{s \ \dot{s} \varepsilon k\} = \{NB \ NM \ NS \ ZO \ PS \ PM \ PB\}$

定义 7 个输入三角隶属函数 s、s 和 7 个输出三角 隶属函数  $\varepsilon$ 、k 分别为:负大、负中、负小、零、正小、正中、 正大。如图 4 所示为模糊系统的输入和输出变量。

本节提出的模糊自适应滑模控制方法,保持了 模糊控制和滑模变结构控制的优点,且不依赖于系统,对扰动具有完全的鲁棒性。



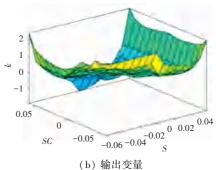


图 4 模糊系统的输入和输出变量

Fig. 4 Input and output variables of the fuzzy system

# 3 数值模拟研究

为了验证所提方法对于高速运动的平面并联机

器人的轨迹跟踪效果,以平面 3-PRR 并联机器人作为控制对象。本节在理想和外部扰动状态下,分别使用计算力矩(CTC)控制与本文所提的模糊自适应滑模(FASMC)控制在 MATLAB 中的 Simulink 进行仿真实验,并对控制性能进行了分析。在仿真中,移动平台的质心 G 沿着一个 0.02 m 半径的圆形直角坐标轨迹运动,并且移动平台姿态角始终保持为 $\emptyset = 45^{\circ}$ ,该轨迹方程定义如下:

计算力矩控制的控制率表示为

 $\tau = H(q)(\ddot{q}_d - K_p e - K_d \dot{e}) + C(q, \dot{q}) \dot{q}$  (36) 其中,  $K_p$  和  $K_d$  分别是比例增益矩阵和导数增 益矩阵,其参数通过最小化关节误差进行调整。

将计算力矩控制和模糊自适应滑模控制方法应用于平面 3-PRR 并联机器人。测试用例 1 评估了两种控制方法在理想状态下的性能。图 5 和图 6 分别比较了末端执行器在 X 方向和 Y 方向的跟踪误差。轨迹误差定义为

$$e_{\text{end}} \sqrt{= (x_{\text{end,des}} - x_{\text{end,act}})^2 + (y_{\text{end,des}} - y_{\text{end,act}})^2}$$
 (37) 表 2 给出了两种控制方案的误差比较结果。

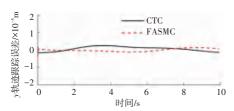


图 5 动平台在 X 方向的跟踪误差

Fig. 5 Tracking error of mobile platform in the X direction

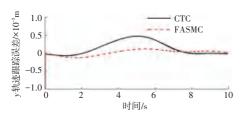


图 6 动平台在 Y 方向的跟踪误差

Fig. 6 Tracking error of mobile platform in the *Y* direction 表 2 仿真结果的 *RMS* 误差

Table 2 RMS error of simulation results

控制策略	_	误差变量	
<b></b>	X 方向	Y方向	轨迹误差
CTC	1.403 01×10 <sup>-6</sup>	2.682 35×10 <sup>-6</sup>	3.027 12×10 <sup>-6</sup>
FASMC	9.244 36×10 <sup>-7</sup>	1.847 41×10 <sup>-6</sup>	2.065 8×10 <sup>-6</sup>

测试用例2评估了控制器在外部扰动状态下的

性能。其中外部扰动状态是指将扰动视为负载扭矩,然后对 3 个驱动关节在 t=2 s 时施加不同频率的正弦干扰信号[19-20]。负载力矩会导致路径误差,但是控制器可以克服扰动修正误差。图 7 和图 8 分别是受扰动状态下末端执行器在 X 方向和 Y 方向上的跟踪误差,表 3 给出了两种控制方法的均方根误差。图 9 代表 3 个驱动关节的跟踪误差。基于FASMC 方法的两种工况下的圆形仿真轨迹如图 10 所示。

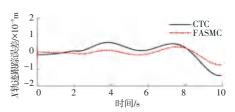


图 7 动平台 X 方向的跟踪误差

Fig. 7 Tracking error of mobile platform in the X direction

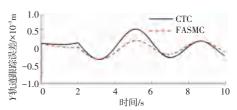


图 8 动平台 Y 方向的跟踪误差

Fig. 8 Tracking error of mobile platform in the Y direction 表 3 仿真结果的 RMS 误差

Table 3 RMS error of simulation results

控制策略	误差变量			
	X 方向	Y方向	轨迹误差	
CTC	4.521 38×10 <sup>-6</sup>	5.187 24×10 <sup>-6</sup>	6.881 16×10 <sup>-6</sup>	
FASMC	2.261 8×10 <sup>-6</sup>	2.942 27×10 <sup>-6</sup>	3.711 16×10 <sup>-6</sup>	

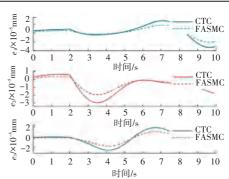


图 9 3 个驱动关节的跟踪误差

Fig. 9 Tracking error of the three driving joints

通过比较 CTC 控制和 FASMC 控制在两种工况下对圆形轨迹的仿真结果发现:在无扰动状态下,FASMC 控制方法的跟踪性能略优于 CTC 控制器。但在施加扰动状态下,CTC 控制器的跟踪误差远大于 FASMC 控制器的跟踪误差。尤其是在施加扰动

后,CTC 控制器的跟踪性能变化较为显著,而FASMC 控制方法则对误差具有良好的自适应性,可以有效地克服干扰,因此其跟踪性能的变化较小。仿真结果验证了本文所提方法应用于平面 3-PRR 并联机器人轨迹跟踪控制的有效性和优越性。

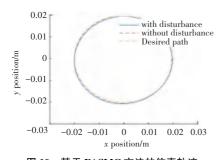


图 10 基于 FASMC 方法的仿真轨迹

Fig. 10 Simulation trajectory based on FASMC method

### 4 结束语

本文针对平面 3-PRR 并联机器人的轨迹跟踪控制问题,提出了一种模糊自适应滑模控制方法,该方法结合了滑模控制和模糊控制的优点,不依赖于系统模型,对扰动具有鲁棒性。通过比较不同控制方法在不同干扰情况下对同一圆形轨迹的跟踪性能,验证了该方法的有效性和准确性。因此,该方法可用于存在系统建模误差和外部干扰的平面并联机器人控制系统。

#### 参考文献

- [1] DOAN Q V, LE T D, VO A T. Synchronization full order terminal sliding mode control for an uncertain 3 DOF planar parallel robotic manipulator [J]. Applied Sciences, 2019, 9(9): 1756.
- [2] LU H, RUI X, MA Z, et al. Hybrid multibody system method for the dynamic analysis of an ultra precision fly cutting machine tool[J]. International Journal of Mechanical System Dynamics, 2022, 2(3): 290–307.
- [3] ALAMDARI A, KROVI V. Design and analysis of a cable-driven articulated rehabilitation system for gait training [J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2016, 8(5): 051018.

- [4] 李杨民, 汤晖, 徐青松, 等. 面向生物医学应用的微操作机器人技术发展态势[J]. 机械工程学报, 2011, 47(23): 1-13.
- [5] RODELO M, VILLA J L, YIME E.Trajectory-tracking control of a planar parallel robot using generalized predictive control with constraints[C]//Proceedings of Journal of Physics: Conference Series. IEEE, 2020;012003.
- [6] REN L, MILLS J K, SUN D. Adaptive synchronized control for a planar parallel manipulator: theory and experiments[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2006, 128(4): 976–979.
- [7] 高航,高国琴,方志明. 喷砂除锈并联机器人模糊自适应滑模控制[J]. 软件导刊,2021,20(10):109-116.
- [8] 任凭,何梦伊. 二自由度悬索并联机器人计算力矩控制[J]. 清华大学学报(自然科学版),2021,61(3):209-216.
- [9] PAN Y, YANG C, PAN L, et al. Integral sliding mode control: Performance, modification, and improvement [ J ]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2017, 14(7): 3087-3096.
- [10] 张建宇,高天宇,于潇雁,等. 基于自适应时延估计的空间机械 臂连续非奇异终端滑模控制[J]. 机械工程学报,2021,57(11): 177-183.
- [11]邓槟槟,尚伟伟,张彬,等.6自由度绳索牵引并联机器人的快速 终端滑模同步控制[J]. 机械工程学报,2022,58(13):50-58.
- [12] 黄进, 訾斌, 段宝岩. 电驱动柔索并联机器人轨迹跟踪滑模控制 [J]. 西安电子科技大学学报, 2006, 33(6):853-857.
- [13] SU Y, ZHENG C. A new nonsingular integral terminal sliding mode control for robot manipulators [J]. International Journal of Systems Science, 2020, 51(8): 1418–1428.
- [14] 石明明, 高国琴, 牛雪梅. 并联机器人的新型趋近率滑模控制研究[J]. 机械传动, 2014, 38(10):117-121.
- [15] 张泉,朱本亮,周丽平,等. 直线超声电动机驱动平台建模与控制[J]. 农业机械学报,2014,45(7):278-285.
- [16]周丽平,张泉,孙志峻. 直线超声电机驱动的平面 3-PRR 并联平台的运动学标定[J]. 机器人,2014,36(4):485-490.
- [17] 贾晓涵,付丽霞. 改进趋近律的板球系统鲁棒滑模控制[J]. 陕西理工大学学报(自然科学版),2023,39(2);22-29.
- [18] 康庄, 贾利民, 秦勇. 一种新的模糊滑模控制器设计方法[J]. 控制与决策, 2024, 39(6):1909-1917.
- [19]鲜娟,陈俊霖,谌丽,等. 机械臂的滑模控制器设计及仿真实验研究[J]. 实验室科学,2023, 26(1):73-76,80.
- [20] JAVID G, AKBARZADEH-T M R, AKBARZADEH A, et al. Trajectory tracking of 3 PRR parallel manipulator with PI Adaptive fuzzy terminal sliding mode controller [C]//Proceedings of 2011 1st International Conference on Computer and Knowledge Engineering (ICCKE). IEEE, 2011; 156–161.